



Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана

Учебное пособие

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

СБОРНИК ЗАДАЧ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана

Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН
СБОРНИК ЗАДАЧ

*Рекомендовано Научно-методическим советом
МГТУ им. Н.Э. Баумана в качестве учебного пособия*

Под редакцией И.Н. Чернышевой

Москва
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
2010

УДК 621.01

ББК 34.41

ТЗ4

Рецензенты: *М.М. Ильин, Ю.С. Иванов*

Теория механизмов и машин. Сборник задач : учеб.
ТЗ4 пособие / В.В. Кузенков, И.В. Леонов, В.В. Панюхин и др. ;
под ред И.Н. Чернышевой. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Бау-
мана, 2010. — 63, [1] с. : ил.

В учебном пособии представлены типовые задачи и решения не-
которых из них по дисциплине «Теория механизмов и машин», охва-
тывающие основные разделы по структуре, кинематическому синтезу
и анализу механизмов, определению закона движения механизма, ки-
нетостатике, а также по синтезу и анализу зубчатых, планетарных и
кулачковых механизмов.

Для студентов 2-го и 3-го курсов, изучающих дисциплины «Тео-
рия механизмов и машин» и «Основы проектирования машин».

УДК 621.01

ББК 34.41

Учебное издание

Кузенков Владимир Васильевич
Леонов Игорь Владимирович
Панюхин Виктор Вадимович
Самойлова Марина Валерьевна
Чернышева Ирина Николаевна

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

СБОРНИК ЗАДАЧ

Редактор *Е.К. Кошелева*
Компьютерная верстка *С.А. Серебряковой*

Подписано в печать 29.03.2010. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 3,72. Изд. № 117. Тираж 200 экз. Заказ

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.
Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана.
105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5.

© МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010

Глава 1. МЕХАНИЗМЫ С НИЗШИМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМИ

1.1. Структура механизмов. Устранение избыточных связей

Задачи 1 – 4

Даны структурные схемы плоских рычажных механизмов с низшими кинематическими парами, в которых первичный механизм состоит из звеньев 0 и 1 (рис. 1–4). Заданная подвижность механизмов $W_0 = 1$.

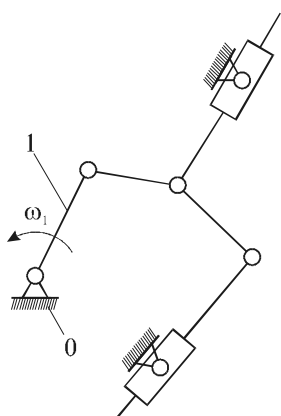


Рис. 1

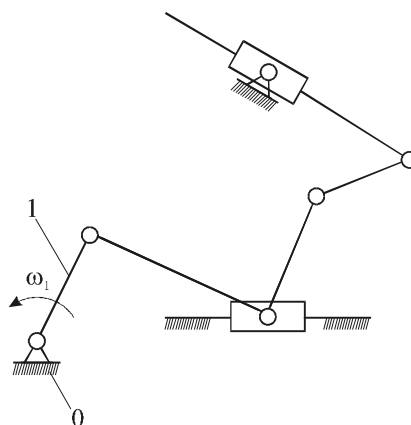


Рис. 2

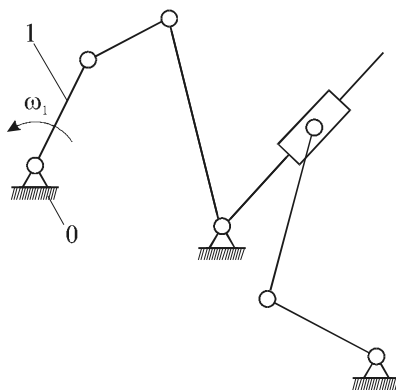


Рис. 3

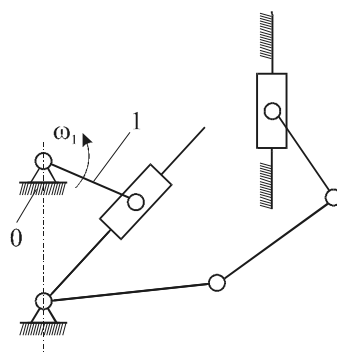


Рис. 4

Определить число степеней свободы механизмов и **преобразовать** их структурные схемы путем введения новых или удаления имеющихся звеньев и кинематических пар таким образом, чтобы механизмы обрели заданную подвижность.

Задачи 5–8

Даны структурные схемы плоских четырехзвенных рычажных механизмов с низшими кинематическими парами (рис. 5–8).

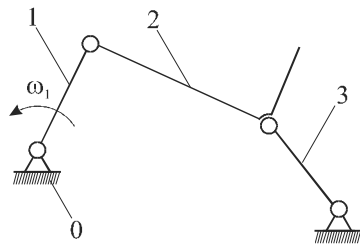


Рис. 5

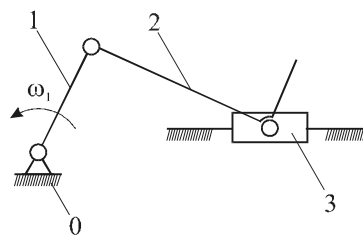


Рис. 6

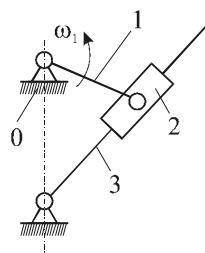


Рис. 7

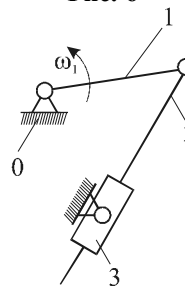


Рис. 8

Преобразовать данные схемы в структурные схемы плоских шестизвенных рычажных механизмов с низшими кинематическими парами таким образом, чтобы число степеней свободы механизмов не изменило бы своего значения.

1.2. Проектирование кинематических схем плоских рычажных механизмов

Задача 9

Дана схема плоского кривошипно-ползунного механизма, длины звеньев которого связаны соотношением $l_2 = 4l_1$. Угловая скорость кривошипа постоянна и равна $\omega_1 = 2\pi$ рад/с. Средняя скорость ползуна $V_{3\text{cp}} = 0,2$ м/с.

Определить длины звеньев 1 и 2.

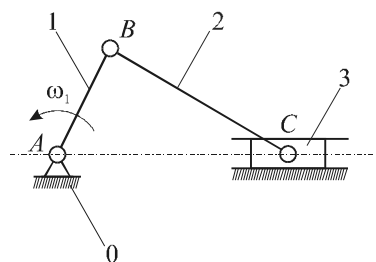


Рис. 9

Задача 10

Дана схема плоского кривошипно-ползунного механизма, длины звеньев которого связаны соотношением $l_2 = 2l_1$. Частота вращения кривошипа постоянна и равна $n_1 = 60$ об/с. За время поворота кривошипа из положения $\varphi_1 = 0^\circ$ в положение $\varphi_1 = 90^\circ$ ползун перемещается из положения C_1 в положение C_2 со средней скоростью $V_{C\text{cp}} = 30,43$ м/с.

Определить длины звеньев 1 и 2.

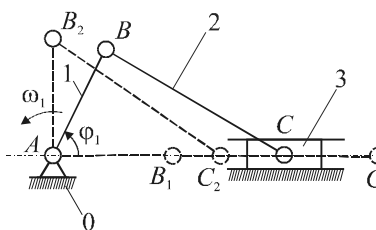


Рис. 10

Задача 11

Дана схема плоского кулисного механизма, рабочий ход которого осуществляется при повороте кулисы 3 по ходу часовой стрелки. Длина кривошипа $l_1 = 0,1$ м. Коэффициент изменения средней угловой скорости кулисы при холостом и рабочем ходах $K_\omega = 2$.

Определить межосевое расстояние l_{AD} .

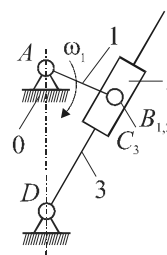


Рис. 11

Задача 12

Дана схема плоского кулисного механизма, кривошип которого имеет длину $l_1 = 0,1$ м, причем $l_1 = 4l_{AD}$. Цилиндрический шарнир B расположен по середине кулисного камня 2 длиной $l_2 = 0,05$ м.

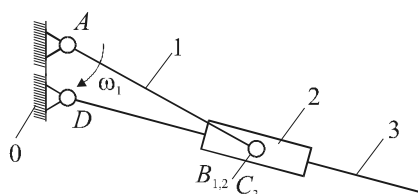


Рис. 12

Определить минимальную длину кулисы 3, обеспечивающую непрерывный контакт между звеньями 2 и 3 по всей длине кулисного камня.

1.3. Кинематика плоских рычажных механизмов

Задача 13

Дана схема плоского рычажного механизма. Угловая скорость кривошипа постоянна и равна $\omega_1 = 10$ рад/с, координата $y_C = 0,2$ м. Заданному положению механизма соответствует угол $\varphi_1 = 45^\circ$.

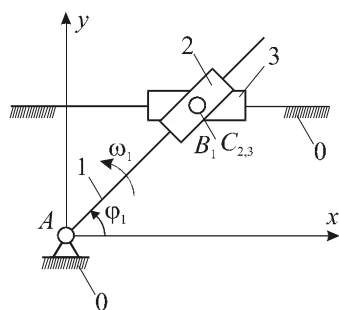


Рис. 13

Получить зависимости для определения функций положения и аналогов скоростей механизма. Для заданного положения **найти** значения этих функций и скорость звена 3, используя формулу перехода от аналога к истинной скорости.

Задача 14

Дана схема плоского рычажного механизма. Угловая скорость кривошипа постоянна и равна $\omega_1 = 20$ рад/с, его длина $l_1 = 0,1$ м, координата $x_{S_3} = 0$. Заданному положению механизма соответствует угол $\varphi_1 = 30^\circ$.

Получить зависимости для определения функций положения и аналогов скоростей механизма. Для заданного положения **найти** значения этих функций и скорость звена 3, используя формулу перехода от аналога к истинной скорости.

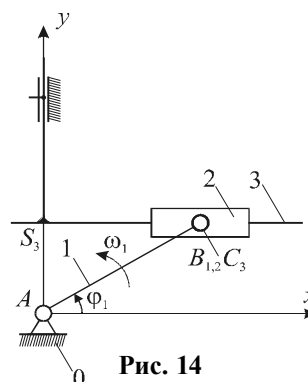


Рис. 14

Задача 15

Дана схема плоского рычажного механизма. Длина кривошипа $l_1 = 0,1$ м, координата $y_K = 0$. Заданному положению механизма соответствуют угол $\varphi_1 = 45^\circ$ и угловая скорость кривошипа $\omega_1 = 10$ рад/с.

Определить для заданного положения механизма скорость звена 3 методом построения плана скоростей.

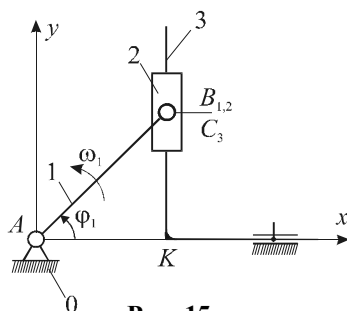


Рис. 15

Задача 16

Дана схема плоского рычажного механизма, в котором $l_{BS_3} = 0,1$ м, $x_{S_3} = 0$. Заданному положению механизма соответствуют угол $\varphi_1 = 60^\circ$ и угловая скорость кривошипа $\omega_1 = 10$ рад/с.

Определить для заданного положения механизма скорость звена 3 методом построения плана скоростей.

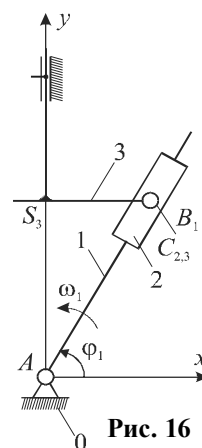


Рис. 16

1.4. Динамика плоских рычажных механизмов

1.4.1. Прямая задача динамики

Задача 17

Дана схема плоского рычажного механизма, в котором $l_{AB} = 0,1$ м, $l_{BC} = 0,3$ м. Угловая скорость звена 1 постоянна и равна $\omega_1 = 17,32$ рад/с. Масса звена 2 $m_2 = 20$ кг, момент инерции этого звена относительно центра масс S_2 равен $J_{2S} = 0,19$ кг·м². Заданному положению механизма соответствует угол $\varphi_1 = 90^\circ$.

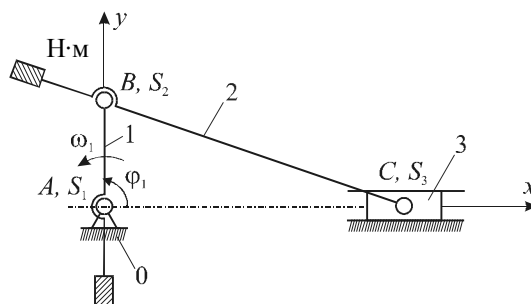


Рис. 17

Определить для заданного положения механизма величину и направление главного вектора и главного момента сил инерции звена 2.

Задача 18

Дана схема плоского рычажного механизма, длины звеньев которого равны $l_1 = 0,1$ м, $l_2 = 0,4$ м. Угловая скорость звена 1 постоянна и равна $\omega_1 = 19,68$ рад/с. Момент инерции звена 2 относительно центра масс S_2 равен $J_{2S} = 0,2$ кг·м², масса звена 3 $m_3 = 10$ кг. Заданному положению механизма соответствует угол $\varphi_1 = 90^\circ$.

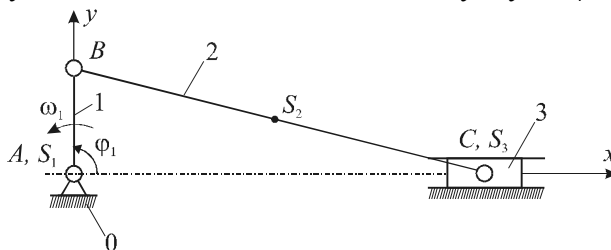


Рис. 18

Определить для заданного положения механизма величину и направление главного момента сил инерции звена 2 и главного вектора сил инерции звена 3.

Задача 19

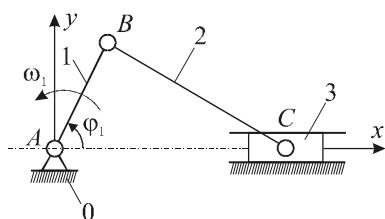


Рис. 19

Дана схема плоского рычажного механизма, длины звеньев которого равны $l_1 = 0,1$ м, $l_2 = 0,4$ м. Угловая скорость кривошипа постоянна и равна $\omega_1 = 10$ рад/с. Масса звена 3 $m_3 = 10$ кг.

Определить угол поворота кривошипа, при котором главный вектор сил инерции звена 3 достигает максимального значения и **найти** это значение.

Задача 20

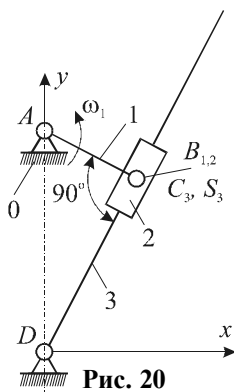


Рис. 20

Дана схема плоского кулисного механизма, в котором $l_1 = 0,1$ м, $l_{AD} = 0,2$ м. Угловая скорость кривошипа постоянна и равна $\omega_1 = 10$ рад/с. Масса звена 3 $m_3 = 10$ кг, момент инерции этого звена относительно центра масс S_3 равен $J_{3S} = 0,3$ кг·м².

Определить главный вектор и главный момент сил инерции звена 3 в заданном положении.

Задача 21

Дана схема плоского рычажного механизма, в котором $l_1 = 0,1$ м; $l_2 = 0,2$ м; $l_{BS_2} = 0,1$ м; $l_3 = 0,2$ м. Угловая скорость кривошипа постоянна и равна $\omega_1 = 20$ рад/с. Массы звеньев соответственно равны: $m_1 = 10$ кг, $m_2 = 20$ кг, $m_3 = 30$ кг, моменты инерции звеньев относительно центров масс равны $J_{1S} = 0,1$ кг·м², $J_{2S} = J_{3S} = 0,2$ кг·м².

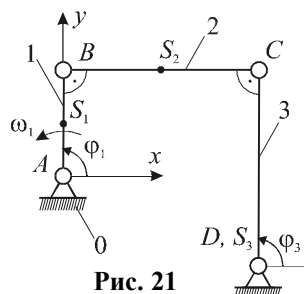


Рис. 21

Заданному положению механизма соответствуют угловые координаты звеньев $\varphi_1 = \varphi_3 = 90^\circ$.

Определить величины и направления главных векторов и главных моментов сил инерции звеньев в заданном положении.

Задача 22

Дана схема плоского рычажного механизма, длина кривошипа которого равна $l_1 = 0,1$ м. Угловая скорость кривошипа постоянна и равна $\omega_1 = 13,16$ рад/с. К звену 3 приложен внешний момент $M_3 = 153,2$ Н·м. Момент инерции этого звена относительно центра масс S_3 равен $J_{S_3} = 0,2$ кг·м².

Определить величину, направление и точку приложения вектора реакции в поступательной кинематической паре в заданном положении механизма, пренебрегая массами звеньев 2 и 3 и моментом инерции звена 2.

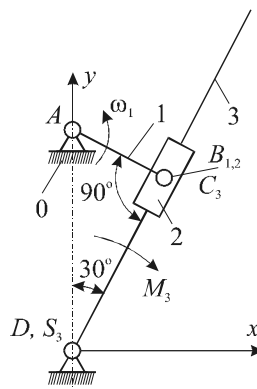


Рис. 22

Задача 23

Дана схема плоского четырехшарнирного механизма, длины звеньев которого равны $l_1 = 0,1$ м, $l_2 = l_3 = 0,2$ м. К звену 3 приложен внешний момент $M_3 = 10$ Н·м. В середине этого звена перпендикулярно ему приложена сила $F_3 = 100$ Н. Заданному положению механизма соответствуют угловые координаты звеньев $\varphi_1 = \varphi_3 = 90^\circ$.

Определить величину реакции в кинематической паре D, пренебрегая массами и моментами инерции звеньев.

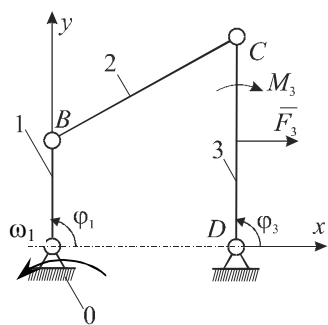


Рис. 23

Задача 24

Дана схема плоского четырехшарнирного механизма, длины звеньев которого равны $l_1 = 0,1$ м, $l_2 = l_3 = 0,2$ м. Внешние силы $F_2 = F_3 = 100$ Н приложены в середине звеньев 2 и 3 соответственно и направлены под углом $\alpha = 135^\circ$. Заданному положению механизма соответствуют угловые координаты звеньев $\varphi_1 = \varphi_3 = 90^\circ$.

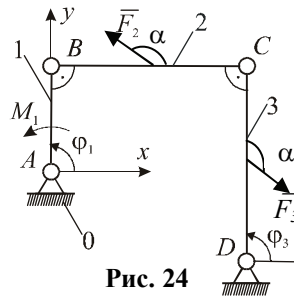


Рис. 24

Определить величины реакций в кинематических парах и уравнивающий момент M_1 , приложенный к звену 1, пренебрегая массами и моментами инерции звеньев.

Задача 25

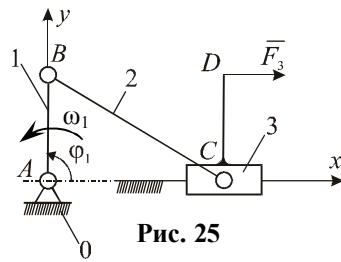


Рис. 25

Дана схема плоского кривошипно-ползунного механизма, в котором $l_1 = 0,1$ м, $l_2 = 2l_{CD} = 0,2$ м. Внешняя сила $F_3 = 1000$ Н приложена к звену 3 и направлена параллельно оси x . Заданному положению механизма соответствует угловая координата $\varphi_1 = 90^\circ$.

Определить реакцию в поступательной кинематической паре пренебрегая массами и моментами инерции звеньев.

Задача 26

Дана схема плоского четырехшарнирного механизма, длины звеньев которого равны $l_1 = 0,1$ м, $l_2 = l_3 = 0,2$ м. К звену 3 приложен внешний момент $M_3 = 10$ Н·м. В середине этого звена перпендикулярно ему приложена сила $F_3 = 100$ Н. Заданному положению механизма соответствуют значения углов $\varphi_1 = \varphi_3 = 90^\circ$, $\angle BCD = 45^\circ$.

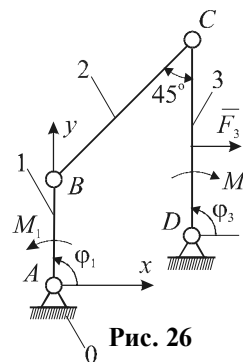


Рис. 26

Определить величины реакций в кинематических парах и уравновешивающий момент M_1 , приложенный к звену 1, пренебрегая массами и моментами инерции звеньев.

1.4.2. Обратная задача динамики

Задача 27

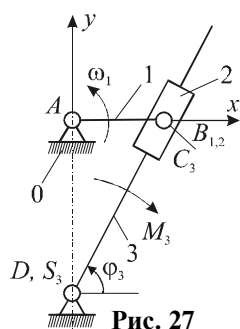


Рис. 27

Дана схема плоского кулисного механизма, в котором длина кривошипа равна $l_1 = 0,1$ м, координата $x_D = 0$. Момент инерции звена 3 относительно его центра масс, расположенного в точке D , равен $J_{3S} = 0,16$ кг·м². К звену 3 приложен внешний момент $M_3 = 800$ Н·м. Заданному положению механизма соответствуют значения углов $\varphi_1 = 0^\circ$, $\varphi_3 = 60^\circ$.

Построить динамическую модель механизма, выбрав в качестве звена привода звено 1, и **определить** ее параметры: приведенный момент от момента M_3 и приведенный момент инерции звена 3.

Задача 28

Дана схема плоского механизма, в котором длина кривошипа равна $l_1 = 0,1$ м, координата $x_{S_3} = 0$. Угловая скорость кривошипа $\omega_1 = 20$ рад/с. Масса звена 3 $m_3 = 20$ кг. Заданному положению механизма соответствует угол $\varphi_1 = 150^\circ$.

Построить динамическую модель механизма, выбрав в качестве звена привода звено 1, и **определить** ее параметры: приведенный момент от силы тяжести звена 3 и приведенный момент инерции этого звена.

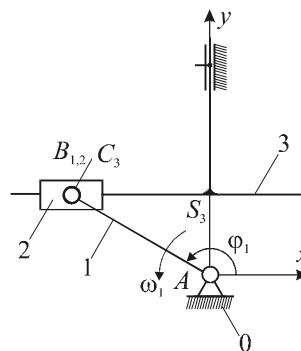


Рис. 28

Задача 29

Дана схема плоского кривошипно-ползунного механизма, в котором $l_1 = 0,1$ м, $l_2 = 0,3$ м, $l_{BS_2} = 0,05$ м. Угловая скорость кривошипа $\omega_1 = 20$ рад/с. Масса второго звена $m_2 = 20$ кг. К звену 3 приложена внешняя сила $F_3 = 2000$ Н. Заданному положению механизма соответствует угол $\varphi_1 = 90^\circ$.

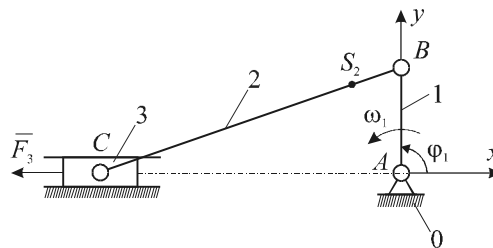


Рис. 29

Построить динамическую модель механизма, выбрав в качестве звена приведения звено 1, и **определить** ее параметры: приведенный момент от силы F_3 и приведенный момент инерции звена 2.

Задача 30

Дана схема плоского четырехшарнирного механизма, длины звеньев которого равны: $l_1 = 0,1$ м, $l_2 = l_3 = 0,2$ м, $l_{BS_2} = 0,1$ м. Масса второго звена $m_2 = 20$ кг. К звену 3 приложен внешний момент $M_3 = 200$ Н·м. Заданному положению механизма соответствуют угловые координаты $\varphi_1 = \varphi_3 = 90^\circ$.

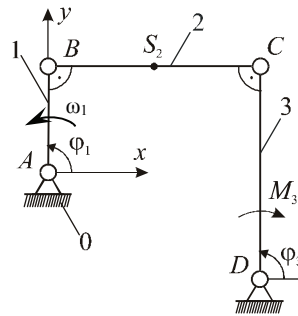


Рис. 30

Построить динамическую модель механизма, выбрав в качестве звена приведения звено 1, и **определить** ее параметры: приведенный момент от момента M_3 и приведенный момент инерции звена 2.

Задачи 31 – 32

Дана зависимость приведенного момента M_c^{np} всех сил сопротивления, приложенных к механизму, работающему в установившемся режиме, от угла поворота звена привода 1, составляющего за цикл $\varphi_1 = 2\pi$.

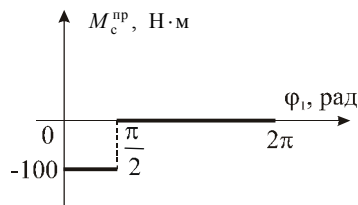


Рис. 31

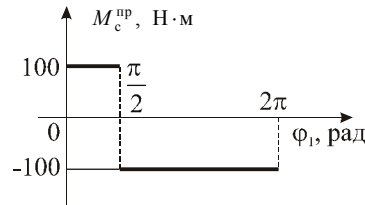


Рис. 32

Определить приведенный движущий момент M_d^{np} , если принять допущение, что $M_d^{np} = \text{const}$, и наибольшее изменение кинетической энергии механизма за цикл его работы.

Задача 33

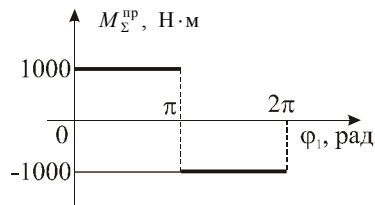


Рис. 33

Дана зависимость приведенного момента M_{Σ}^{np} всех сил, действующих в механизме, работающем в установившемся режиме, от угла поворота звена привода 1, составляющего за цикл $\varphi_1 = 2\pi$.

Кинетическая энергия в начальном положении T_0 ($\varphi_1 = 0$) = 2030 Дж. Заданному положению соответствуют угол $\varphi_1 = 3\pi/2$ и суммарный приведенный момент инерции $I_{\Sigma}^{np} = 2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

Определить угловую скорость звена привода 1 в заданном положении.

Задача 34

Дана зависимость приведенного момента $M_{\Sigma}^{пр}$ всех сил, действующих в механизме, работающем в установившемся режиме, от угла поворота звена привода 1, составляющего за цикл $\varphi_1 = 2\pi$. Кинетическая энергия в начальном положении $T(\varphi_1 = 0) = 10\,000$ Дж. Заданному конечному положению соответствуют угол $\varphi_1 = 2\pi$ и суммарный приведенный момент инерции $I_{\Sigma}^{пр} = 32 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

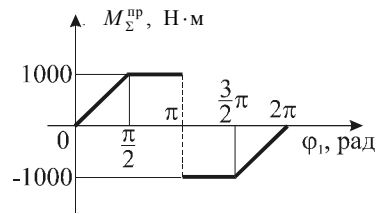


Рис. 34

Определить угловую скорость звена привода 1 в конечном положении.

Задача 35

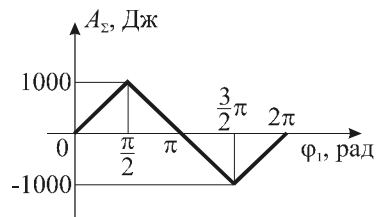


Рис. 35

Дана зависимость суммарной работы A_{Σ} всех сил, действующих в механизме, работающем в установившемся режиме, от угла поворота звена привода 1, составляющего за цикл $\varphi_1 = 2\pi$. Момент инерции первой группы звеньев постоянен и равен $I_I^{пр} =$

$= 500 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, что обеспечивает коэффициент неравномерности вращения звена привода 1 $\delta = 0,01$. Переменным моментом инерции второй группы звеньев пренебречь.

Определить среднее значение угловой скорости звена привода 1.

Задача 36

Дана зависимость суммарной работы A_{Σ} всех сил, действующих в механизме, работающем в установившемся режиме, от угла поворота звена привода 1, составляющего за цикл $\varphi_1 = 2\pi$. Средняя угловая скорость звена привода $\omega_{ср} = 20 \text{ рад/с}$, коэф-

коэффициент неравномерности вращения этого звена $\delta = 0,05$. Переменным моментом инерции второй группы звеньев пренебречь.

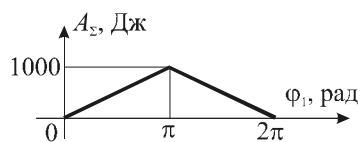


Рис. 36

Определить момент инерции первой группы звеньев, обеспечивающий заданный коэффициент неравномерности δ .

Задачи 37 – 38

Дана зависимость суммарной работы $A_Σ$ всех сил, действующих в механизме, работающем в установившемся режиме, от угла поворота звена привода 1, составляющего за цикл $\varphi_1 = 2\pi$. Средняя угловая скорость звена привода $\omega_{1cp} = 20$ рад/с, коэффициент неравномерности вращения этого звена $\delta = 0,05$. Суммарный приведенный момент инерции вращающихся деталей $I_{вр.дет}^{пр} = 0,5$ кг·м². Кинетической энергией второй группы звеньев пренебречь.

Определить необходимый момент инерции дополнительной маховой массы, установленной на звене привода.

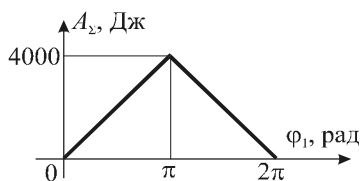


Рис. 37

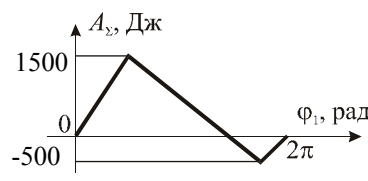


Рис. 38

Задача 39

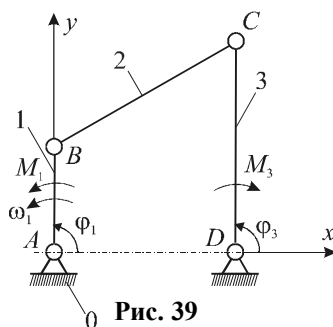


Рис. 39

Дана схема плоского четырехшарнирного механизма, длины звеньев которого равны $l_1 = 0,1$ м, $l_2 = l_3 = 0,2$ м. К звеньям 1 и 3 приложены внешние моменты $M_1 = M_3 = 200$ Н·м. Суммарный приведенный момент инерции принять постоянным и равным $I_{\Sigma}^{пр} = 5$ кг·м². Силами тяжести и трения в механизме пренебречь. За-

данному положению механизма соответствуют угловые координаты звеньев $\varphi_1 = \varphi_3 = 90^\circ$.

Определить значение и направление углового ускорения звена привода — кривошипа 1 в заданном положении механизма.

Задача 40

Дана схема плоского кривошипно-ползунного механизма, длины звеньев которого равны $l_1 = 0,1$ м; $l_2 = 0,3$ м. К шатуну 2 приложен внешний момент $M_2 = 10$ Н·м, а к ползуну 3 — внешняя сила $F_3 = 300$ Н. Суммарный приведенный момент инерции принять постоянным и равным $I_\Sigma^{\text{пр}} = 2$ кг·м². Силами тяжести и трения в механизме пренебречь. Заданному положению механизма соответствует угол $\varphi_1 = 90^\circ$.

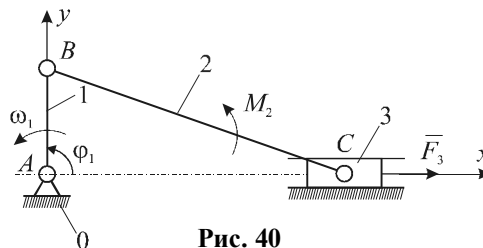


Рис. 40

Определить значение и направление углового ускорения звена привода — кривошипа 1 в заданном положении механизма.

Задача 41

Дана схема плоского четырехшарнирного механизма, в котором $l_1 = 0,2$ м; $l_3 = 0,1$ м; $l_{AD} = 0,4$ м. К звеньям 1 и 3 приложены внешние моменты $M_1 = 200$ Н·м, $M_3 = 100$ Н·м.

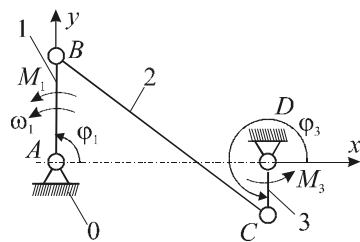


Рис. 41

Суммарный приведенный момент инерции принять постоянным и равным $I_\Sigma^{\text{пр}} = 50$ кг·м². Силами тяжести и трения в механизме пренебречь. Заданному положению механизма соответствуют угловые координаты звеньев $\varphi_1 = 90^\circ$, $\varphi_3 = 270^\circ$.

Определить значение и направление углового ускорения звена приведения — кривошипа 1 в заданном положении механизма.

Задача 42

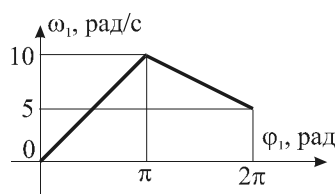


Рис. 42

Дана зависимость угловой скорости ω_1 звена приведения 1 от угла его поворота ϕ_1 . Машинный агрегат работает в неустановившемся режиме разбега.

Определить приблизительное время одного оборота звена приведения 1.

Задача 43

Дана зависимость угловой скорости ω_1 звена приведения 1 от угла его поворота ϕ_1 . Машинный агрегат работает в неустановившемся режиме выбега.

Определить приблизительное время одного оборота звена приведения 1.

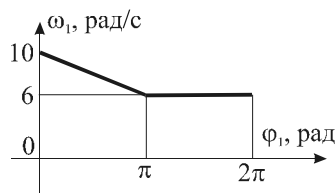


Рис. 43

Задача 44

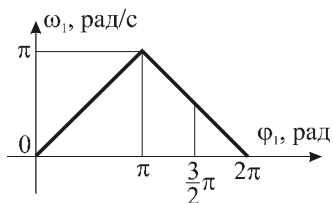


Рис. 44

Дана зависимость угловой скорости ω_1 звена приведения 1 от угла его поворота ϕ_1 , составляющего за цикл $\phi_1 = 2\pi$. Машинный агрегат работает в режиме «пуск – останов».

Определить угловое ускорение звена приведения в положении $\phi_1 = 3\pi/2$.

1.5. Коэффициент полезного действия машинного агрегата

Задача 45

Дана схема машинного агрегата, состоящего из трех последовательно соединенных механизмов с постоянным передаточным

отношением. Агрегат работает в установившемся режиме, КПД отдельных механизмов: $\eta_1 = 0,9$; $\eta_2 = 0,8$; $\eta_3 = 0,75$. Движущий момент на входном валу агрегата равен $M_d = 150 \text{ Н}\cdot\text{м}$, угловая скорость входного вала $\omega_d = 100 \text{ рад/с}$. Момент полезного сопротивления на выходном валу равен $M_c = 162 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

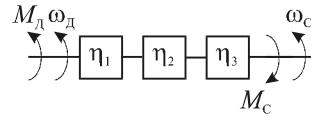


Рис. 45

Определить угловую скорость ω_c выходного вала агрегата.

Задача 46

Дана схема машинного агрегата, состоящего из трех последовательно соединенных механизмов с постоянным передаточным отношением. Агрегат работает в установившемся режиме, КПД отдельных механизмов равны: $\eta_1 = 0,92$; $\eta_2 = 0,85$; $\eta_3 = 0,76$. Угловая скорость входного вала агрегата $\omega_d = 100 \text{ рад/с}$, выходного вала — $\omega_c = 60 \text{ рад/с}$. Момент полезного сопротивления на выходном валу равен $M_c = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

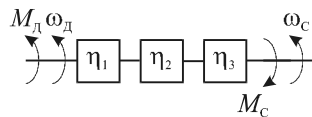


Рис. 46

Определить движущий момент M_d на входном валу агрегата.

Задача 47

Дана схема машинного агрегата, состоящего из трех параллельно соединенных механизмов с постоянным передаточным отношением. Агрегат работает в установившемся режиме, КПД отдельных механизмов составляют: $\eta_1 = 0,9$; $\eta_2 = 0,8$; $\eta_3 = 0,85$. Движущие моменты на входных валах механизмов равны: $M_{d1} = M_{d2} = M_{d3} = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Угловые скорости входных валов: $\omega_{d1} = 50 \text{ рад/с}$, $\omega_{d2} = 100 \text{ рад/с}$, $\omega_{d3} = 80 \text{ рад/с}$, а угловая скорость выходного вала $\omega_c = 74 \text{ рад/с}$.

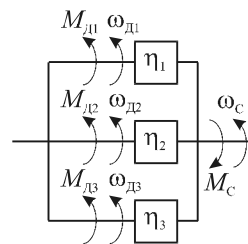


Рис. 47

Определить момент M_c полезного сопротивления на выходном валу агрегата.

Задача 48

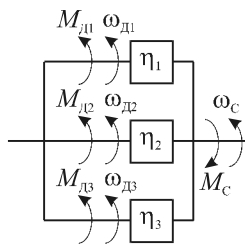


Рис. 48

Дана схема машинного агрегата, состоящего из трех параллельно соединенных механизмов, обладающих постоянным передаточным отношением. Агрегат работает в установившемся режиме, КПД отдельных механизмов составляют: $\eta_1 = 0,9$; $\eta_2 = 0,8$; $\eta_3 = 0,85$. Движущие моменты на входных валах механизмов равны: $M_{д1} = M_{д2} = M_{д3} = 100 \text{ Н·м}$. Угловые скорости входных валов: $\omega_{д1} = 50 \text{ рад/с}$, $\omega_{д2} = 100 \text{ рад/с}$, $\omega_{д3} = 80 \text{ рад/с}$. Момент полезного сопротивления на выходном валу агрегата $M_c = 500 \text{ Н·м}$.

Определить угловую скорость ω_c выходного вала.

Задача 49

Дана схема машинного агрегата, состоящего из трех параллельно соединенных механизмов, обладающих постоянным передаточным отношением. Агрегат работает в установившемся режиме, КПД отдельных механизмов составляют: $\eta_1 = 0,9$; $\eta_2 = 0,8$; $\eta_3 = 0,75$. Движущие моменты на входных валах механизмов равны: $M_{д1} = M_{д2} = M_{д3} = 100 \text{ Н·м}$. Угловые скорости входных валов: $\omega_{д1} = 100 \text{ рад/с}$, $\omega_{д2} = 62,5 \text{ рад/с}$, $\omega_{д3} = 80 \text{ рад/с}$.

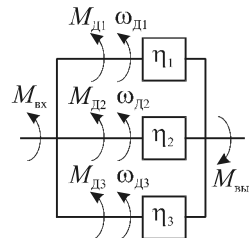


Рис. 49

Определить КПД машинного агрегата.

Глава 2. УРАВНОВЕШИВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ

2.1. Уравновешивание роторов

Задача 50

Дана схема кулачкового вала, плоскости коррекции которого A и B перпендикулярны оси его вращения и расположены на расстоянии $L = 450$ мм друг от друга. Кулачки 1 и 2 установлены на расстояниях $l_1 = 150$ мм и $l_2 = 300$ мм от плоскости A , их массы $m_1 = 300$ г и $m_2 = 600$ г. Расстояния от оси вала до центров масс кулачков $e_{S1} = 10$ мм, $e_{S2} = 20$ мм.

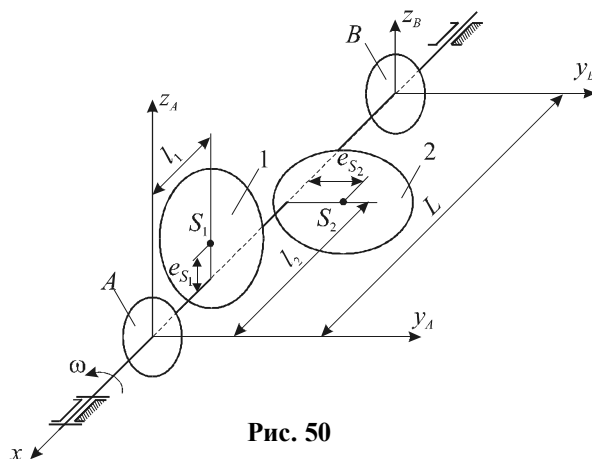


Рис. 50

Выполнить уравновешивание кулачкового вала, указав необходимое количество корректирующих масс, их величину, радиусы и угловые координаты их установки в плоскостях коррекции.

Задачи 51 – 52

Дана схема кулачкового вала, плоскости коррекции которого A и B перпендикулярны оси его вращения и расположены на расстоянии $L = 300$ мм друг от друга. Кулачки 1 и 2 установлены на расстояниях $l_1 = 100$ мм и $l_2 = 200$ мм от плоскости коррекции A , их массы $m_1 = 300$ г и $m_2 = 600$ г. Расстояния от оси вала до центров масс кулачков $e_{S1} = 10$ мм, $e_{S2} = 20$ мм.

Выполнить уравнивание кулачкового вала, указав необходимое количество корректирующих масс, их значения, радиусы и угловые координаты их установки в плоскостях коррекции.

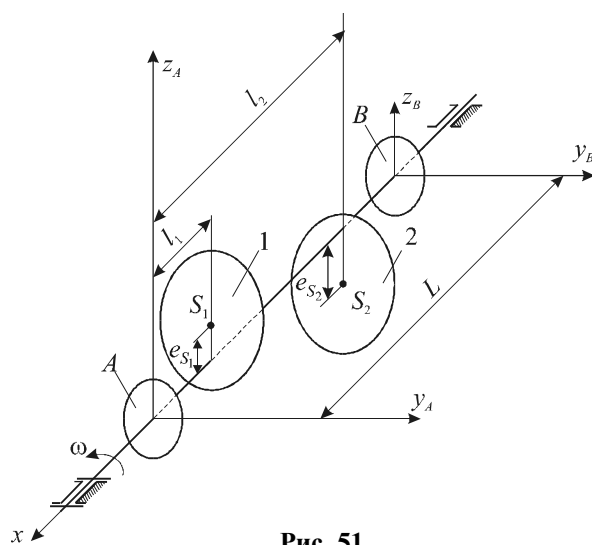


Рис. 51

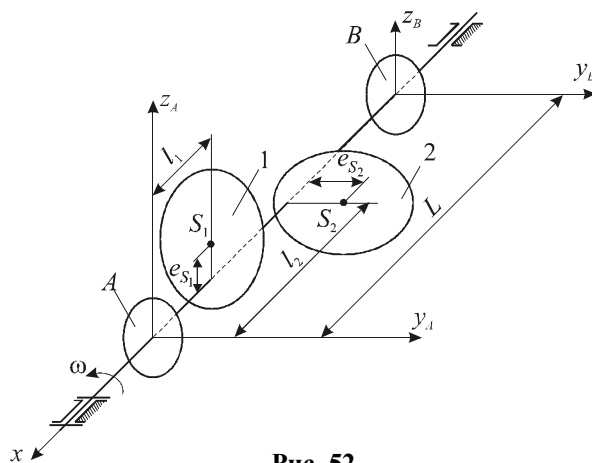


Рис. 52

2.2. Уравновешивание плоских рычажных механизмов

Задача 53

Дана схема плоского четырехшарнирного механизма, в котором $l_{AB} = l_{CD} = 100$ мм, $l_{BC} = l_{AD} = 300$ мм. Центр масс шатуна расположен на расстоянии $l_{BS_2} = 100$ мм от шарнира B . Радиусы установки корректирующих масс равны $r_{k1} = r_{k3} = 200$ мм. Масса звена 2 $m_2 = 3$ кг.

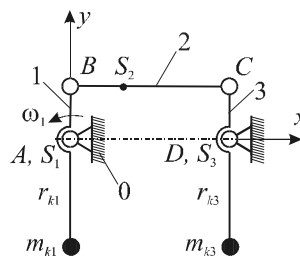


Рис. 53

Определить значения корректирующих масс m_{k1} и m_{k3} , обеспечивающих полное статическое уравновешивание механизма.

Задача 54

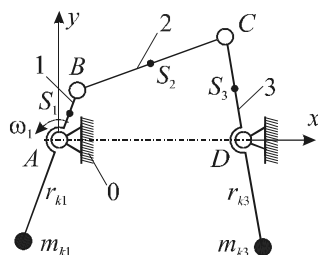


Рис. 54

Дана схема плоского четырехшарнирного механизма, длины звеньев которого: $l_{AB} = 100$ мм; $l_{BC} = l_{AD} = 300$ мм; $l_{CD} = 200$ мм. Центры масс звеньев расположены в их серединах. Радиусы установки корректирующих масс равны $r_{k1} = r_{k3} = 200$ мм. Массы звеньев $m_1 = m_2 = m_3 = 1$ кг.

Определить значения корректирующих масс m_{k1} и m_{k3} , обеспечивающих полное статическое уравновешивание механизма.

Задача 55

Дана схема плоского кривошипно-ползунного механизма, длины звеньев которого равны: $l_{AB} = 150$ мм, $l_{BC} = 450$ мм. Центры масс звеньев расположены в их серединах. Радиусы установки корректирующих масс равны $r_{k1} = r_{k2} = 250$ мм. Массы звеньев $m_1 = 5$ кг, $m_2 = m_3 = 10$ кг.

Определить значения корректирующих масс m_{k1} и m_{k2} , обеспечивающих полное статическое уравновешивание механизма.

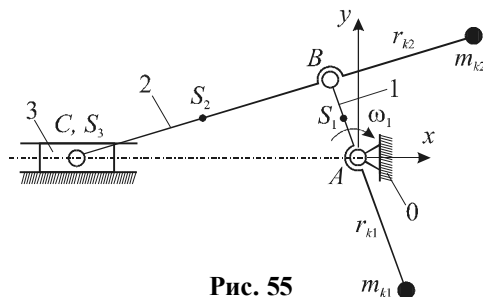


Рис. 55

Задача 56

Дана схема плоского кривошипно-ползунного механизма, длины звеньев которого равны: $l_{AB} = 100$ мм, $l_{BC} = 300$ мм. Центры масс звеньев расположены в их серединах. Радиусы установки корректирующих масс равны $r_{k1} = r_{k2} = 200$ мм. Массы звеньев равны $m_1 = m_2 = m_3 = 10$ кг.

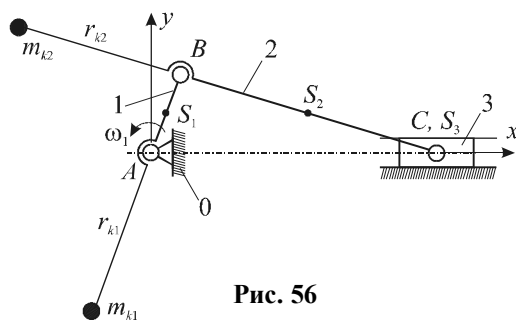


Рис. 56

Определить значения корректирующих масс m_{k1} и m_{k2} , обеспечивающих полное статическое уравновешивание механизма.

Глава 3. МЕХАНИЗМЫ С ВЫСШИМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМИ

3.1. Основная теорема плоского зацепления

Задача 57

Дана высшая кинематическая пара, образованная звеньями 1 и 2, вращающимися вокруг осей, проходящих через точки O_1 и O_2 , передаточное отношение $u_{12} = \omega_1 / \omega_2 = \text{const}$; $(n - n)$ — общая нормаль к контактирующим профилям, проведенная через точку контакта K . Межосевое расстояние $a_w = 600$ мм; угол зацепления $\alpha_w = \pi/6$; расстояние $l_{N_1P} = 100$ мм; угловая скорость первого звена $\omega_1 = 10$ рад/с.

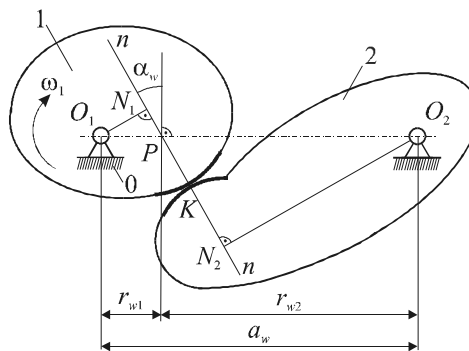


Рис. 57

Определить радиус начальной окружности и угловую скорость звена 2.

Задача 58

Дана высшая кинематическая пара, образованная звеньями 1 и 2, вращающимися вокруг осей, проходящих через точки O_1 и O_2 , $(n - n)$ — общая нормаль к контактирующим профилям, проведенная через точку контакта K . Межосевое расстояние $a_w = 120$ мм; угловая скорость первого звена $\omega_1 = 70$ рад/с; мгновенное передаточное отношение $|u_{12}| = 7/5$, угол зацепления $\alpha_w = 30^\circ$, $\angle O_1KP = 90^\circ$.

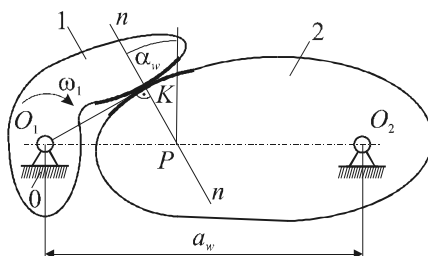


Рис. 58

Определить скорость скольжения в кинематической паре в заданном положении.

Задача 59

Дана высшая кинематическая пара, образованная звеньями 1 и 2, вращающимися вокруг осей, проходящих через точки O_1 и O_2 , $(n - n)$ – общая нормаль к контактирующим профилям, проведенная через точку контакта K . Угол зацепления $\alpha_w = \pi/3$, расстояние $l_{O_1N_1} = 100$ мм. Угловая скорость первого звена $\omega_1 = 15$ рад/с, передаточное отношение постоянно и равно $|u_{12}| = 1,5$.

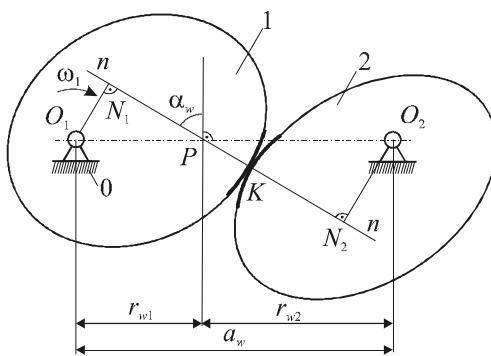


Рис. 59

Определить радиус начальной окружности и угловую скорость звена 2.

Задача 60

Дана высшая кинематическая пара, образованная звеньями 1 и 2, вращающимися вокруг осей, проходящих через точки O_1 и O_2 , ($n - n$) – общая нормаль к контактирующим профилям, проведенная через точку контакта K . Угловая скорость первого звена $\omega_1 = 140$ рад/с, радиусы $O_1P = 50$ мм, $O_2P = 70$ мм, углы $\alpha_2 = 30^\circ$, $\angle O_2KP = 90^\circ$.

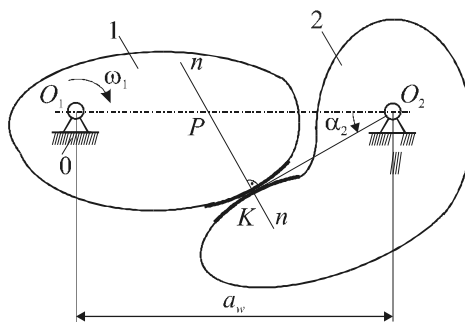


Рис. 60

Определить скорость скольжения в кинематической паре в данном положении.

3.2. Эвольвента окружности и ее свойства

Задача 61

Дан радиус $r_b = 100$ мм основной окружности эвольвенты Э, $\angle M_bON_y = 2$ рад.

Определить радиус кривизны и угол профиля эвольвенты в точке M_y .

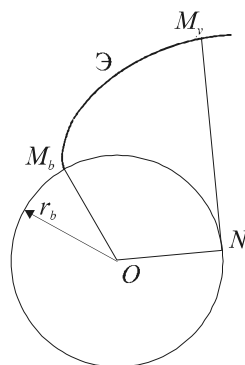


Рис. 61

Задача 62

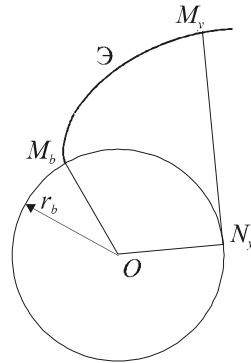


Рис. 62

Дан радиус $r_b = 100$ мм основной окружности эвольвенты Э, $\angle M_bON_y = 2$ рад.

Определить угол профиля эвольвенты и угол развернутости эвольвентного профиля в точке M_y .

3.3. Рядовые эвольвентные зубчатые передачи

Задача 63

Дана схема зубчатого механизма, состоящего из рядовых зубчатых передач внешнего зацепления. Механизм работает в установившемся режиме, его КПД $\eta = 0,8$. Прямозубые колеса нарезаны стандартным инструментом с модулем $m = 2$ мм без смещения. Числа зубьев колес 1 и 3 равны $z_1 = 18$, $z_3 = 36$. Межосевое расстояние механизма $a_{w13} = 98$ мм. К валу шестерни 1 приложен движущий момент $M_1 = 100$ Н·м.

Определить число зубьев колеса 2, передаточное отношение механизма и момент сопротивления M_3 , приложенный к валу колеса 3.

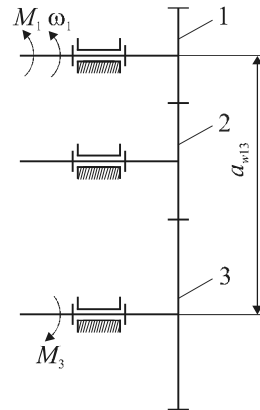


Рис. 63

Задача 64

Дана схема зубчатого механизма, состоящего из рядовых зубчатых передач внешнего зацепления. Механизм работает в установившемся режиме, его КПД $\eta = 0,95$. Прямозубые колеса нарезаны стандартным инструментом с модулем $m = 2$ мм без смещения. Числа зубьев колес 1 и 2 равны $z_1 = 20$, $z_2 = 40$. Межосевое расстояние механизма $a_{w13} = 140$ мм. К валу колеса 3 приложен момент сопротивления $M_3 = 190$ Н·м.

Определить число зубьев колеса 3, передаточное отношение механизма и движущий момент M_1 , приложенный к валу шестерни 1.

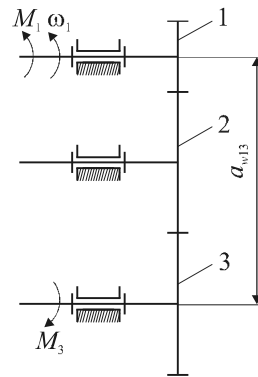


Рис. 64

Задача 65

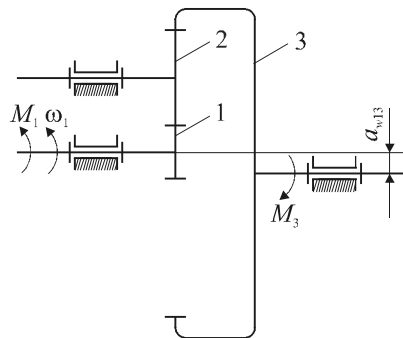


Рис. 65

Дана схема несоосного зубчатого механизма, состоящего из рядовых зубчатых передач внешнего и внутреннего зацепления. Механизм работает в установившемся режиме, его КПД $\eta = 0,925$. Прямозубые колеса нарезаны стандартным инструментом с модулем $m = 4$ мм без смещения. Числа зубьев колес $z_1 = 20$, $z_2 = 36$, $z_3 = 108$. К валу шестерни 1 приложен движущий момент $M_1 = 200$ Н·м.

Определить межосевое расстояние механизма a_{w13} и момент сопротивления M_3 , приложенный к валу колеса 3.

Задача 66

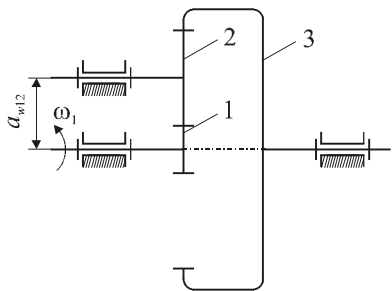


Рис. 66

Дана схема соосного зубчатого механизма, состоящего из рядовых зубчатых передач внешнего и внутреннего зацепления. Прямозубые колеса нарезаны стандартным инструментом с модулем $m = 4$ мм без смещения. Число зубьев шестерни 1 $z_1 = 18$. Передаточное отношение механизма $|u_{13}| = 5$.

Определить числа зубьев колес 2 и 3 и межосевое расстояние a_{w12} в передаче внешнего зацепления.

3.4. Планетарные зубчатые механизмы

Задача 67

Дана схема зубчатого механизма, состоящего из однорядного планетарного редуктора с тремя сателлитами и рядовой зубчатой передачи внешнего зацепления. Все колеса механизма прямозубые и нарезаны стандартным инструментом с единым модулем без смещения. Числа зубьев колес $z_3 = 90$, $z_4 = 20$, $z_5 = 40$. Передаточное отношение механизма $|u_{15}| = 12$.

Определить числа зубьев колес 1 и 2, выполнив для планетарного редуктора проверку условий соседства и сборки, а также отсутствия подрезания и заклинивания.

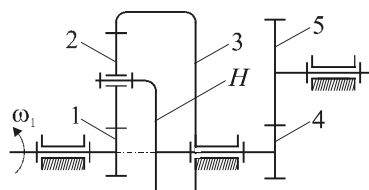


Рис. 67

Задача 68

Дана схема зубчатого механизма, состоящего из рядовой зубчатой передачи внешнего зацепления и однорядного планетарного редуктора с тремя сателлитами. Все колеса механизма прямозубые и нарезаны стандартным инструментом с единым модулем без

смещения. Числа зубьев колес $z_1 = 20$, $z_4 = 36$, $z_5 = 90$. Передаточное отношение механизма $|u_{1H}| = 12$.

Определить числа зубьев колес 2 и 3, выполнив для планетарного редуктора проверку условий соседства и сборки, а также отсутствия подрезания и заклинивания.

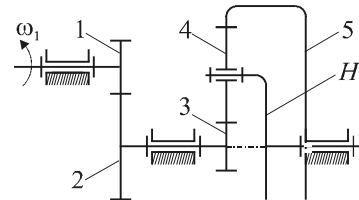


Рис. 68

Задача 69

Дана схема планетарного редуктора, все колеса которого прямозубые и нарезаны стандартным инструментом с единым модулем без смещения. Числа зубьев колес $z_1 = 18$, $z_2 = 54$, $z_3 = 36$.

Определить передаточное отношение редуктора u_{1H} аналитически и графически.

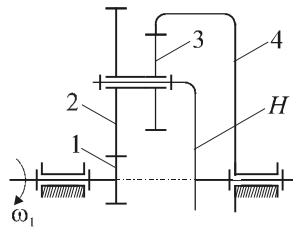


Рис. 69

Задача 70

Дана схема планетарного редуктора, все колеса которого прямозубые и нарезаны стандартным инструментом с единым модулем без смещения. Числа зубьев колес $z_1 = 30$, $z_2 = 20$, $z_4 = 32$.

Определить передаточное отношение редуктора u_{1H} аналитически и графически.

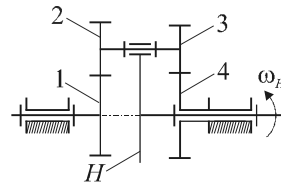


Рис. 70

Задача 71

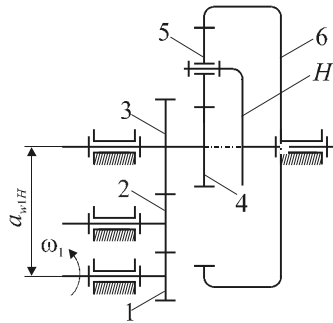


Рис. 71

Дана схема зубчатого механизма, состоящего из рядовых зубчатых передач внешнего зацепления и однорядного планетарного редуктора. Все колеса механизма прямозубые и нарезаны стандартным инструментом с модулем $m = 2$ мм без смещения. Числа зубьев колес $z_1 = 18$, $z_2 = 22$, $z_3 = 90$. Передаточное отношение механизма $|u_{1H}| = 8$, межосевое расстояние $a_{w1H} = 98$ мм.

Определить числа зубьев колес 3, 4 и 5.

Задача 72

Дана схема зубчатого механизма, состоящего из рядовых зубчатых передач внешнего зацепления и однорядного планетарного редуктора. Все колеса механизма прямозубые и нарезаны стандартным инструментом с модулем $m = 4$ мм без смещения. Числа зубьев колес $z_1 = 18$, $z_2 = 22$, $z_3 = 36$, $z_4 = 30$, $z_5 = 33$.

Определить передаточное отношение u_{1H} и межосевое расстояние a_{w1H} механизма.

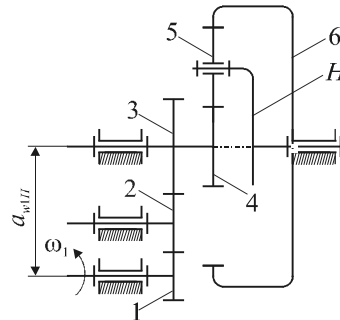


Рис. 72

Задача 73

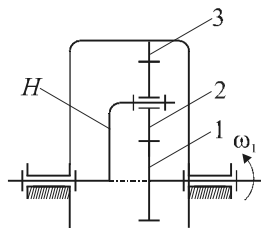


Рис. 73

Дана схема однорядного планетарного редуктора, все колеса которого прямозубые и нарезаны стандартным инструментом с модулем $m = 2$ мм без смещения. Числа зубьев колес $z_1 = z_2 = 30$. Угловая скорость шестерни 1 постоянна и равна $\omega_1 = 100$ рад/с. Масса сателлита $m_2 = 0,4$ кг.

Определить силу инерции, действующую на сателлит.

Задача 74

Дана схема зубчатого механизма с числом степеней свободы $W_{\Pi} = 2$. Все колеса механизма прямозубые и нарезаны стандартным инструментом с модулем $m = 2$ мм без смещения. Числа зубьев колес $z_1 = 80$, $z_2 = 20$, их угловые скорости постоянны и равны $\omega_1 = 50$ рад/с, $\omega_2 = 100$ рад/с.

Определить угловую скорость водила.

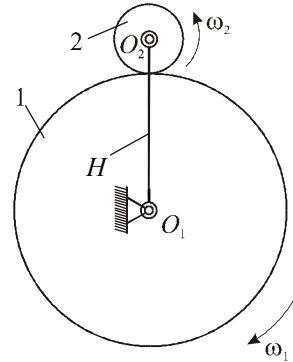


Рис. 74

3.5. Параметры плоских кулачковых механизмов

Задача 75

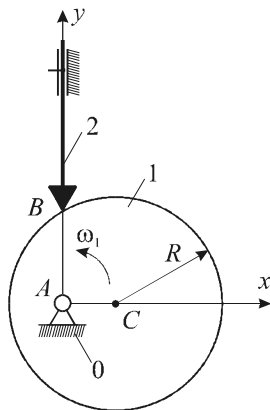


Рис. 75

Дана схема кулачкового механизма с поступательно движущимся игольчатым толкателем. Радиус дискового кулачка-эксцентрика $R = 0,05$ м, $l_{AC} = 0,025$ м. Угловая скорость ведущего звена – кулачка постоянна и равна $\omega_1 = 10$ рад/с. Заданному положению соответствует координата $y_C = 0$.

Определить значение и направление скорости толкателя и угол давления в указанном положении.

Задача 76

Дана схема кулачкового механизма с коромысловым толкателем, вращающимся вокруг точки O с координатами $x_O = 3R$, $y_O = 0$. Радиус дискового кулачка-эксцентрика $R = 0,05$ м, $l_{AC} = 0,5R$. Уг-

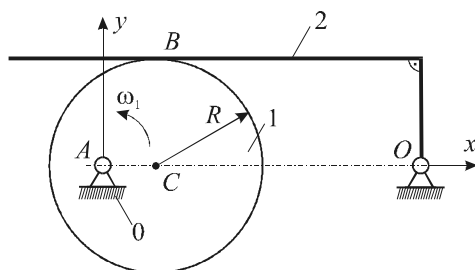


Рис. 76

ловая скорость ведущего звена-кулачка постоянна и равна $\omega_1 = 10$ рад/с. Заданному положению соответствует координата $y_C = 0$.

Определить значение и направление скорости толкателя и угол давления в указанном положении.

Задача 77

Дана схема кулачкового механизма с поступательно движущимся игольчатым толкателем, расположенным под углом $\alpha = 30^\circ$ к оси x . Радиус дискового кулачка-эксцентрика $R = 0,05$ м, $l_{AC} = 0,015$ м. Угловая скорость ведущего звена – кулачка постоянна и равна $\omega_1 = 10$ рад/с. Заданному положению соответствует координата $y_C = 0$.

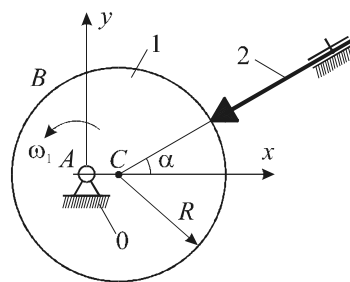


Рис. 77

Определить значение и направление скорости толкателя и угол давления в указанном положении.

Задача 78

Дана схема кулачкового механизма с поступательно движущимся игольчатым толкателем. Размеры кулачка-эксцентрика $R = l_{AC} = 0,05$ м. Угловая скорость ведущего звена-кулачка постоянна и равна $\omega_1 = 10$ рад/с. Заданному положению соответствует координата $y_C = 0$.

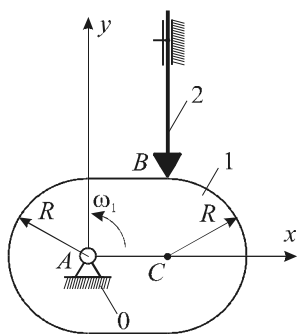


Рис. 78

Определить значение и направление скорости толкателя и угол давления в указанном положении.

3.6. Проектирование плоских кулачковых механизмов

Задача 79

Дана зависимость аналога скорости v_q поступательно движущегося толкателя в фазе удаления от угла φ поворота кулачка, определяемая формулой $v_q = \frac{v_{q\max}}{2}(1 - \cos 2\varphi)$. Этой фазе соответствует угол поворота кулачка $\varphi_y = \pi$ рад. Угловая скорость кулачка постоянна и равна $\omega = 10$ рад/с. Ход толкателя $h = \pi/20$ (м).

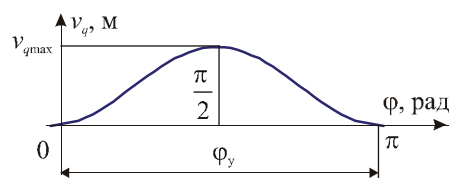


Рис. 79

Определить максимальную скорость толкателя.

Задача 80

Дана зависимость аналога ускорения a_q поступательно движущегося толкателя плоского кулачкового механизма от угла φ поворота кулачка. Рабочий угол поворота кулачка $\varphi_p = 4\pi/3$.

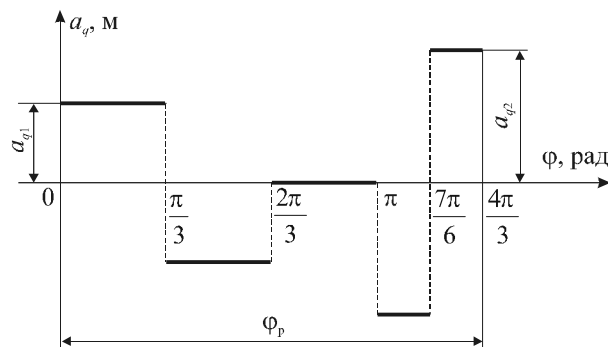


Рис. 80

Определить отношение a_{q2}/a_{q1} аналогов ускорения в фазах сближения и удаления.

Задача 81

Дана зависимость аналога скорости v_q поступательно движущегося толкателя плоского кулачкового механизма от угла φ поворота кулачка. Рабочий угол поворота кулачка $\varphi_p = 3\pi/2$.

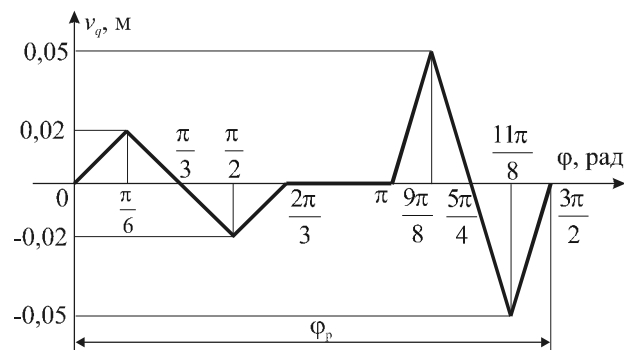


Рис. 81

Определить максимальную величину перемещения толкателя.

Задача 82

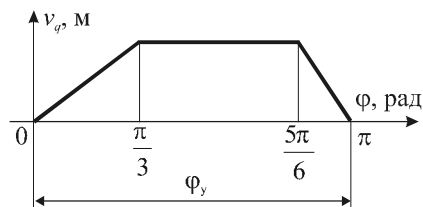


Рис. 82

Дана зависимость аналога скорости V_q поступательно движущегося толкателя в фазе удаления от угла φ поворота кулачка. Этой фазе соответствует угол поворота кулачка $\varphi_y = \pi$ (рад).

Угловая скорость кулачка постоянна и равна $\omega = 30$ рад/с. Ход толкателя $h = \pi/40$ м.

Определить максимальную величину скорости толкателя.

Задача 83

Дана зависимость углового ускорения ε_2 качающегося толкателя в фазе удаления от угла φ_1 поворота кулачка. Угловая скорость кулачка постоянна и равна $\omega_1 = \pi/6$ (рад/с).

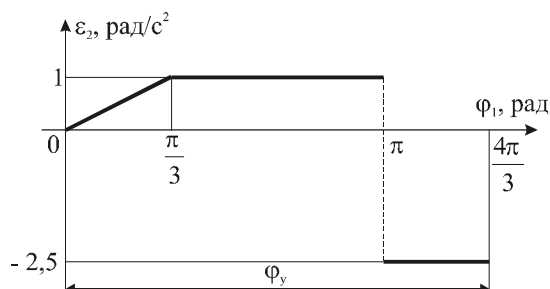


Рис. 83

Определить максимальную угловую скорость толкателя в фазе удаления.

Задача 84

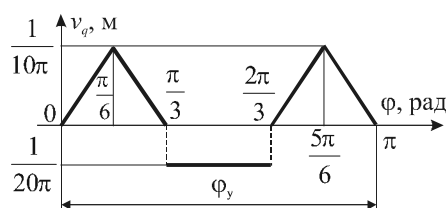


Рис. 84

Дана зависимость аналога скорости V_q поступательно движущегося толкателя кулачкового механизма в фазе удаления от угла φ поворота кулачка. Этой фазе соответствует угол поворота кулачка $\varphi_y = \pi$ (рад).

Определить ход толкателя.

ОТВЕТЫ

К главе 1

- 1–4. $W_{II} = 3$. Удалить два звена и две кинематические пары либо ввести два звена и четыре кинематические пары.
- 5–8. Добавить двухповодковую группу Ассура.
9. $l_1 = 0,05$ м; $l_2 = 0,2$ м.
10. $l_1 = 0,1$ м; $l_2 = 0,2$ м.
11. $l_{AD} = 0,2$ м.
12. $l_{3min} = 0,15$ м.
13. $V_3 = -4$ м/с.
14. $V_3 = 1,732$ м/с.
15. $|V_3| = 0,707$ м/с.
16. $|V_3| = 4$ м/с.
17. $\Phi_{S2} = 600$ Н; $M_{\Phi2} = 20$ Н·м.
18. $\Phi_{S3} = 100$ Н; $M_{\Phi2} = 20$ Н·м.
19. $\varphi_1 = 0$, $\Phi_{S3} = 125$ Н.
20. $\Phi_{S3} = 100$ Н; $M_{\Phi3} = 17,32$ Н·м.
21. $\Phi_{S1} = 200$ Н; $M_{\Phi1} = 0$; $\Phi_{S2} = 600$ Н; $M_{\Phi2} = 20$ Н·м; $\Phi_{S3} = 0$; $M_{\Phi3} = 0$.
22. $F_{23} = 1000$ Н.
23. $F_{30} = 57,73$ Н.
24. $F_{21} = F_{30} = F_{32} = 50$ Н; $M_1 = 2,5\sqrt{2}$ Н·м.
25. $F_{30} = 577$ Н; $M_{30} = 100$ Н·м.
26. $F_{12} = F_{23} = F_{10} = 100\sqrt{2}$ Н; $F_{30} = 100$ Н; $M_1 = 10$ Н·м.
27. $M_{M_3}^{np} = -200$ Н·м; $J_3^{np} = 0,01$ кг·м².
28. $M_{G_3}^{np} = 17,32$ Н·м; $J_3^{np} = 0,15$ кг·м².
29. $M_{F_3}^{np} = 200$ Н·м; $J_2^{np} = 0,2$ кг·м².
30. $M_{M_3}^{np} = -100$ Н·м; $J_2^{np} = 0,2$ кг·м².
31. $M_d^{np} = 25$ Н·м; $\Delta T_{H6} = 37,5\pi$ Дж.
32. $M_d^{np} = 50$ Н·м; $\Delta T_{H6} = 75\pi$ Дж.
33. $\omega_1 = 60$ рад/с.
34. $\omega_1 = 25$ рад/с.
35. $\omega_{1cp} = 20$ рад/с.

- 36. $J_I^{\text{np}} = 50 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.
- 37. $J_{\text{max}} = 199,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.
- 38. $J_{\text{max}} = 99,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.
- 39. $\varepsilon_1 = 20 \text{ рад/с}^2$.
- 40. $\varepsilon_1 = -15 \text{ рад/с}^2$.
- 41. $\varepsilon_1 = 0$.
- 42. $t \approx 1 \text{ с}$.
- 43. $t \approx 0,916 \text{ с}$.
- 44. $\varepsilon_1 = -\pi/2 \text{ рад/с}^2$.
- 45. $\omega_c = 50 \text{ рад/с}$.
- 46. $M_d = 101 \text{ Н} \cdot \text{м}$.
- 47. $M_c = 260,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$.
- 48. $\omega_c = 38,6 \text{ рад/с}$.
- 49. $\eta = 0,824$.

К главе 2

- 50–52. Возможны различные варианты решения.
- 53. $m_{k1} = 1 \text{ кг}$; $m_{k3} = 0,5 \text{ кг}$.
- 54. $m_{k1} = 0,5 \text{ кг}$; $m_{k3} = 1 \text{ кг}$.
- 55. $m_{k1} = 29,7 \text{ кг}$; $m_{k2} = 27 \text{ кг}$.
- 56. $m_{k1} = 23,75 \text{ кг}$; $m_{k2} = 22,5 \text{ кг}$.

К главе 3

- 57. $r_{w2} = 400 \text{ мм}$; $\omega_2 = 5 \text{ рад/с}$.
- 58. $V_{\text{ск}} = 3 \text{ м/с}$.
- 59. $r_{w2} = 300 \text{ мм}$; $\omega_2 = 10 \text{ рад/с}$.
- 60. $V_{\text{ск}} = 8,4 \text{ м/с}$.
- 61. $\rho_y = 200 \text{ мм}$; $\alpha_y = 63,4^\circ$.
- 62. $\alpha_y = \arctg 2$; $\text{inv } \alpha_y = 2 - \arctg 2$.
- 63. $z_2 = 22$; $u_{13} = 2$; $M_3 = 160 \text{ Н} \cdot \text{м}$.
- 64. $z_3 = 40$; $u_{13} = 2$; $M_1 = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$.
- 65. $a_w = 32 \text{ мм}$; $M_3 = 999 \text{ Н} \cdot \text{м}$.
- 66. $z_2 = 36$; $z_3 = 90$; $a_w = 108 \text{ мм}$.

67. $z_1 = 18; z_2 = 36$.
68. $z_2 = 40; z_3 = 18$.
69. $u_{1H} = 10$.
70. $u_{H1} = -5,4$.
71. $z_3 = 36; z_4 = z_5 = 30$.
72. $u_{1H} = 8,4; a_{w1H} = 196 \text{ мм}$.
73. $\vartheta_{32} = 15^\circ$.
74. $\omega_H = -20 \text{ рад/с}$.
75. $V_B = 0,25 \text{ м/с}; \vartheta = 30^\circ$.
76. $\omega_2 = -2 \text{ рад/с}; \vartheta = \arctg 0,4$.
77. $V_B = 0,075 \text{ м/с}; \vartheta = 0$.
78. $V_B = 0,5 \text{ м/с}; \vartheta = 0$.
79. $V_{\max} = 1 \text{ м/с}$.
80. $a_{q2} / a_{q1} = 4$.
81. $h_B = 0,02 \text{ м}$.
82. $V_{\max} = 1 \text{ м/с}$.
83. $\omega_{\max} = 5 \text{ рад/с}$.
84. $h_B = 1/60 \text{ м}$.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

К главе 1

Задача 1

Воспользуемся формулой Чебышева [1, п. 2.3]:

$$W_{\Pi} = 3n - 2p_1 - p_2,$$

где n — число подвижных звеньев механизма; p_1 — число одноподвижных кинематических пар; p_2 — число двухподвижных кинематических пар.

При $n = 7$, $p_1 = 9$, $p_2 = 0$ получаем $W_{\Pi} = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 9 - 0 = 3$.

Преобразовать структурную схему механизма для обретения им заданной подвижности $W_0 = 1$ можно различными способами. Можно, например, удалить два звена и две кинематические пары (рис. 85), тогда при $n = 5$, $p_1 = 7$, $p_2 = 0$ получаем $W_{\Pi} = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1$. Можно, напротив, ввести два звена и четыре кинематические пары (рис. 86), тогда при $n = 9$, $p_1 = 13$, $p_2 = 0$ имеем $W_{\Pi} = 3 \cdot 9 - 2 \cdot 13 - 0 = 1$.

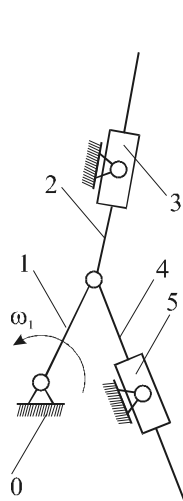


Рис. 85

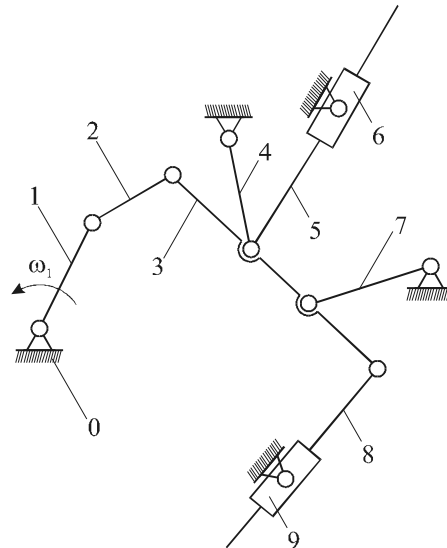


Рис. 86

Задача 5

Число степеней свободы определим по формуле Чебышева [1, п. 2.3]:

$$W_{\Pi} = 3n - 2p_1 - p_2,$$

где n — число подвижных звеньев механизма; p_1 — число одноподвижных кинематических пар; p_2 — число двухподвижных кинематических пар.

При $n = 3$, $p_1 = 4$, $p_2 = 0$ получаем $W_{\Pi} = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1$.

Требуемое преобразование можно осуществить, присоединив к исходному механизму любую из пяти двухповодковых групп Ассура [1, п. 2.3], например, как показано на рис. 87. Тогда при $n = 5$, $p_1 = 7$, $p_2 = 0$ получаем $W_{\Pi} = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1$.

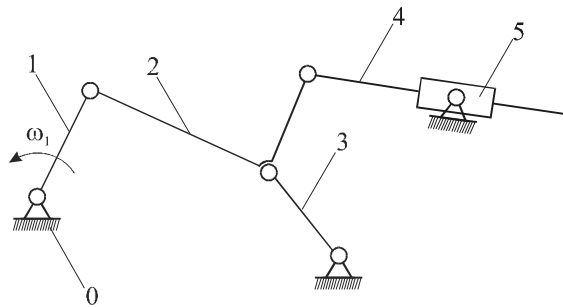


Рис. 87

Задача 9

Ход ползуна равен $H_3 = 2l_1$. За время полного оборота кривошипа $T = 2\pi/\omega_1 = 1$ с ползун проходит путь, равный $2H_3$. Средняя скорость движения ползуна равна отношению $V_{3\text{ ср}} = 2H_3/T$, откуда $H_3 = \frac{1}{2} V_{3\text{ ср}} T$. Следовательно, $l_1 = \frac{1}{2} \frac{1}{2} V_{3\text{ ср}} T = \frac{1}{4} \cdot 0,2 \cdot 1 = 0,05$ м; $l_2 = 4 \cdot 0,05 = 0,2$ м.

Задача 13

Для нахождения функций положения $h_1(\varphi_1)$ и $x_C(\varphi_1)$ запишем уравнение замкнутости векторного контура [1, п. 3.3]:

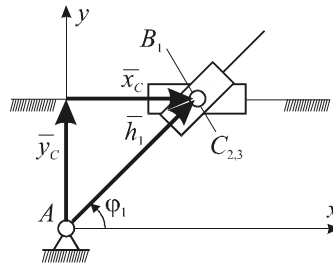


Рис. 88

$$\vec{h}_1 = \vec{y}_C + \vec{x}_C. \quad (1)^*$$

Спроецируем (1) на оси координат:

$$x: \quad h_1 \cos \varphi_1 = x_C; \quad (2)$$

$$y: \quad h_1 \sin \varphi_1 = y_C. \quad (3)$$

Из (3) и (2) находим

$$h_1 = \frac{y_C}{\sin \varphi_1}; \quad x_C = y_C \operatorname{ctg} \varphi_1. \quad (4)$$

Подставляя заданное значение $\varphi_1 = 45^\circ$, получаем

$$h_1 = 0,2\sqrt{2} = 0,28 \text{ м}; \quad x_C = 0,2 \text{ м}.$$

Для определения аналогов скоростей $\frac{dh_1}{d\varphi_1}$ и $\frac{dx_C}{d\varphi_1}$ продифференцируем (2) и (3) по φ_1 :

$$\frac{dh_1}{d\varphi_1} \cos \varphi_1 - h_1 \sin \varphi_1 = \frac{dx_C}{d\varphi_1}; \quad (5)$$

$$\frac{dh_1}{d\varphi_1} \sin \varphi_1 + h_1 \cos \varphi_1 = 0. \quad (6)$$

Из (6) с учетом (4) находим:

$$\frac{dh_1}{d\varphi_1} = -h_1 \frac{\cos \varphi_1}{\sin \varphi_1} = -y_C \frac{\cos \varphi_1}{\sin^2 \varphi_1}.$$

Из (5) с учетом (4) находим:

* В решении каждой задачи принята собственная нумерация формул.

$$\frac{dx_C}{d\varphi_1} = -h_1 \left(\frac{\cos^2 \varphi_1}{\sin \varphi_1} + \sin \varphi_1 \right) = -y_C (\operatorname{ctg}^2 \varphi_1 + 1).$$

Подставляя заданное значение $\varphi_1 = 45^\circ$, получаем

$$\frac{dh_1}{d\varphi_1} = -0,2\sqrt{2} = -0,28 \text{ м}; \quad \frac{dx_C}{d\varphi_1} = -0,4 \text{ м}.$$

Скорость звена 3 $V_3 = \frac{dx_C}{d\varphi_1} \omega_1$. При $\varphi_1 = 45^\circ$ $V_3 = -0,4 \cdot 10 = -4 \text{ м/с}$.

Задача 17

Главный вектор и главный момент сил инерции второго звена найдем по формулам [1, п. 6.1]:

$$\bar{\Phi}_{S2} = -m_2 \bar{a}_{S2}; \quad \bar{M}_{\Phi 2} = -J_{2S} \bar{\varepsilon}_2. \quad (1)$$

Чтобы найти ускорение $\bar{a}_{S2}$ центра масс и угловое ускорение $\bar{\varepsilon}_2$ звена 2, построим план ускорений. Векторы скорости точек B и C в таком положении направлены вдоль оси x , следовательно, звено 2 совершает мгновенно поступательное движение, скорости всех его точек одинаковы, а угловая скорость $\omega_2 = 0$.

Ускорения точек механизма связаны зависимостью

$$\underline{\bar{a}_C} = \underline{\bar{a}_{BA}^n} + \underline{\bar{a}_{BA}^\tau} + \underline{\bar{a}_{CB}^n} + \underline{\bar{a}_{CB}^\tau}. \quad (2)$$

$$\| Ox \ B \rightarrow A = 0 = 0 \perp CB$$

Поскольку $\omega_1 = \text{const}$, то $a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 l_1 = 0$. Следовательно, $a_{S2} = a_B = a_{BA}^n = \omega_1^2 l_1 = 30 \text{ м/с}^2$. В свою очередь, $a_{CB}^n = \omega_2^2 l_2 = 0$, так как $\omega_2 = 0$.

План ускорений (рис. 89) построен из полюса P_a по векторному уравнению (2). По построению $\triangle ABC$ на схеме механизма подобен $\triangle P_a cb$ на плане ускорений, откуда $\frac{bc}{BC} = \frac{P_a b}{AC}$. Следовательно,

$$a_{CB}^\tau = a_B \frac{l_2}{l_{AC}} = a_B \frac{l_2}{\sqrt{l_2^2 - l_1^2}} = 31,82 \text{ м/с}^2.$$

Отсюда $\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^\tau}{l_2} = 106 \text{ рад/с}^2$. Направлено угловое ускорение звена 2 против хода часовой стрелки.

Главный вектор сил инерции численно равен $\Phi_{S2} = 20 \cdot 30 = 600 \text{ Н}$ и направлен вдоль оси y . Главный момент сил инерции по величине равен $M_{\Phi 2} = 0,19 \cdot 106 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и направлен по ходу часовой стрелки.

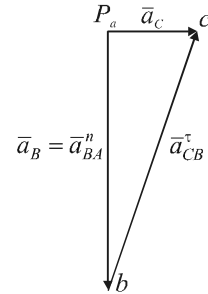


Рис. 89

Задача 22

Искомую реакцию в поступательной кинематической паре $\bar{F}_{23} = -\bar{F}_{32}$ определим, используя метод кинетостатики [1, п. 6.1]. Рассмотрим звенья 2 и 3 (группу Ассура). Так как по условию задачи $m_2 = 0$ и $J_{2S} = 0$, то на второе звено действуют только реакции $\bar{F}_{23}$ и $\bar{F}_{21}$ (рис. 90). Уравнения кинетостатики для этого звена принимают вид

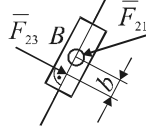


Рис. 90

$$\begin{aligned} \bar{F}_{23} + \bar{F}_{21} &= 0; \quad M_B(\bar{F}_{23}) = 0. \\ &\perp CD \quad (\bullet B) \end{aligned}$$

Отсюда следует, что $b = 0$, а реакции $\bar{F}_{23} = -\bar{F}_{21}$ направлены перпендикулярно кулисе CD и проходят через точку B .

Запишем уравнение динамического равновесия звена 3 (рис. 91):

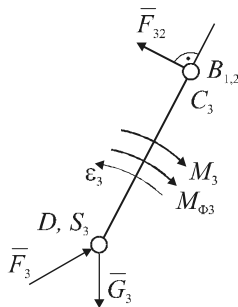


Рис. 91

$$\sum M_D = 0: \quad -M_3 - M_{\Phi 3} + F_{32} l_{CD} = 0.$$

Отсюда

$$F_{32} = \frac{M_3 + M_{\Phi 3}}{l_{CD}}. \quad (1)$$

Главный момент сил инерции звена 3

$$\bar{M}_{\Phi 3} = -J_{3S} \bar{\varepsilon}_3. \quad (2)$$

Определим значение и направление углового ускорения $\bar{\varepsilon}_3$.
Скорости точек механизма связаны зависимостью

$$\underline{\underline{\bar{V}_C}} = \underline{\underline{\bar{V}_B}} + \underline{\underline{\bar{V}_{CB}}}.$$

$$\perp CD \perp AB \parallel CD$$

Поскольку по условию задачи $AB \perp CD$, то кулиса 3 находится в своем крайнем правом положении, т. е. $\omega_3 = 0$ и $V_C = 0$.

Уравнение ускорений имеет вид

$$\underline{\underline{\bar{a}_{CD}^n}} + \underline{\underline{\bar{a}_{CD}^\tau}} = \underline{\underline{\bar{a}_{BA}^n}} + \underline{\underline{\bar{a}_{BA}^\tau}} + \underline{\underline{\bar{a}_{CB}^\tau}} + \underline{\underline{\bar{a}_{CB}^K}}. \quad (3)$$

$$C \rightarrow D \perp CD \quad B \rightarrow A \perp AB \parallel CD$$

Составляющие ускорений равны:

$$a_{BA}^n = \omega_1^2 l_1 = 13,16^2 \cdot 0,1 = 17,32 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon_1 l_1 = 0, \text{ так как } \varepsilon_1 = 0 \text{ } (\omega_1 = \text{const});$$

$$a_{CB}^K = 2V_{CB}\omega_3 = 0, \text{ так как } \omega_3 = 0;$$

$$a_{CD}^n = \omega_3^2 l_{CD} = 0, \text{ так как } \omega_3 = 0.$$

Таким образом, уравнение (3) принимает вид

$$\underline{\underline{\bar{a}_{CD}^\tau}} = \underline{\underline{\bar{a}_{BA}^n}} + \underline{\underline{\bar{a}_{CB}^\tau}}. \quad (4)$$

$$\perp CD B \rightarrow A \parallel CD$$

Анализ векторного уравнения (4) показывает, что $a_{CD}^\tau = a_{BA}^n = 17,32 \text{ м/с}^2$. Угловое ускорение звена 3 $\varepsilon_3 = \frac{a_{CD}^\tau}{l_{CD}}$, где $l_{CD} = l_1 \text{ctg} 30^\circ = 0,1732 \text{ м}$. Таким образом, численное значение углового ускорения $\varepsilon_3 = \frac{17,32}{0,1732} = 100 \text{ рад/с}^2$, направление — против хода часовой стрелки. Из уравнения (2) следует, что главный момент сил инерции численно равен $M_{\Phi_3} = 0,2 \cdot 100 = 20 \text{ Н}\cdot\text{м}$ и направлен по ходу

часовой стрелки. Из уравнения (1) окончательно получаем $F_{32} = \frac{153,2 + 20}{0,1732} = 1000$ Н. Реакция положительна, значит, она направлена так, как показано на рис. 91.

Задача 27

Плоский рычажный механизм (см. рис. 27) имеет одну степень свободы $W_n = 1$. Следовательно, достаточно определить закон движения одного звена, а затем, используя обычные кинематические методы, можно найти законы движения остальных звеньев. Динамическая модель механизма [1, п. 4.1] показана на рис. 92.

Для того чтобы в любой момент времени выполнялось условие $\omega_M = \omega_1$, параметры динамической модели должны быть определены по следующим формулам:

приведенный момент от момента M_3 [1, п. 4.2]

$$M_{M_3}^{np} = M_3 \frac{\omega_3}{\omega_1}; \quad (1)$$

приведенный момент инерции звена 3 [1, п. 4.3]

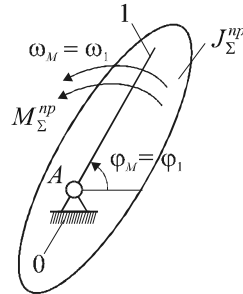


Рис. 92

$$J_3^{np} = J_{3S} \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2. \quad (2)$$

Для определения передаточного отношения построим план скоростей (рис. 93) для заданного положения в соответствии с уравнением

$$\underline{\underline{\bar{V}_C}} = \underline{\underline{\bar{V}_B}} + \underline{\underline{\bar{V}_{CB}}}.$$

$$\perp CD \perp AB \parallel CD$$

Из плана скоростей следует, что $V_C = V_B / 2$. Угловая скорость звена 3 $\omega_3 = V_C / l_{CD}$ направлена против хода часовой стрелки. Из схемы механизма (см. рис. 27) ясно, что $l_{CD} = 2l_1$. Учитывая, что $\omega_1 = V_B / l_1$, окончательно получаем $\omega_3 / \omega_1 = 1/4$.

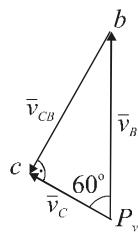


Рис. 93

Подставляя полученные значения в (1) и (2), находим

$$M_{M_3}^{\text{np}} = -\frac{800}{4} = -200 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$J_3^{\text{np}} = 0,16 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 0,01 \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

Задача 31

Приведенный движущий момент найдем из условия равенства нулю суммарной работы всех сил за цикл работы механизма [1, п. 4.8]:

$$A_d^u + A_c^u = 0. \quad (1)$$

По условию $M_d^{\text{np}} = \text{const}$, поэтому $A_d^u = M_d^{\text{np}} \cdot 2\pi$. Работу сил сопротивления найдем по данному в условии графику:

$$A_c^u = -100 \cdot \frac{\pi}{2} = -50\pi. \text{ Подставляя в (1), находим } M_d^{\text{np}} = 25 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Для определения наибольшего изменения кинетической энергии построим графики суммарного приведенного момента M_Σ^{np} и суммарной работы всех сил за цикл работы механизма (рис. 94),

$$\text{равной } A_\Sigma = \int_0^{\varphi_1} M_\Sigma^{\text{np}} d\varphi_1.$$

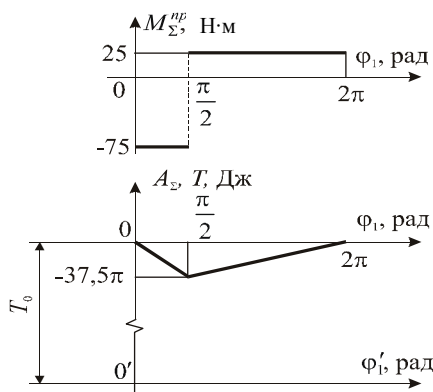


Рис. 94

Изменение кинетической энергии механической системы равно суммарной работе активных сил и моментов и сил трения во всех кинематических парах системы [1, п. 4.4]:

$$T - T_0 = A_\Sigma(\varphi_1).$$

На графике видно, что максимального по модулю значения суммарная работа достигает при $\varphi_1 = \pi/2$:

$$A_{\Sigma} \left(\frac{\pi}{2} \right) = -75 \cdot \frac{\pi}{2} = -37,5\pi \text{ Дж.}$$

Следовательно, максимальное изменение кинетической энергии составляет $\Delta T_{\text{нб}} = 37,5\pi \text{ Дж}$.

Задача 33

Воспользуемся уравнением движения в энергетической форме [1, п. 4.4] и выразим из него угловую скорость звена приведения:

$$\omega_1 = \sqrt{2 \frac{A_{\Sigma} + T_0}{J_{\Sigma}^{\text{пр}}}}.$$

Суммарную работу сил, действующих в механизме, найдем с помощью данного в условии графика:

$$A_{\Sigma} = \int_0^{\frac{3}{2}\pi} M_{\Sigma}^{\text{пр}} d\varphi_1 = \int_0^{\pi} M_{\Sigma}^{\text{пр}} d\varphi_1 + \int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi} M_{\Sigma}^{\text{пр}} d\varphi_1 = 1000\pi - 500\pi = 500\pi \text{ Дж.}$$

Подставляем полученные значения в исходную формулу:

$$\omega_1 = \sqrt{2 \frac{500\pi + 2030}{2}} = 60 \text{ рад/с.}$$

Задача 35

Все подвижные звенья механизма условно разделим на две группы [1, п. 4.9]: к группе I относятся звенья, обладающие постоянным приведенным моментом инерции ($I_1^{\text{пр}} = \text{const}$); к группе II — звенья с переменным приведенным моментом инерции ($I_{\text{II}}^{\text{пр}} = \text{var}$). Таким образом, кинетическая энергия механизма также может быть условно поделена на две части: $T = T_I + T_{\text{II}}$.

В соответствии с методом Мерцалова приведенный момент инерции звеньев I группы равен

$$J_1^{\text{пр}} = \frac{\Delta T_{I \max}}{\delta \omega_{1\text{cp}}^2}, \text{ откуда } \omega_{1\text{cp}} = \sqrt{\frac{\Delta T_{I \text{нб}}}{\delta J_1^{\text{пр}}}}.$$

Из условия следует, что $T_{II} = \frac{1}{2} I_{II}^{\text{np}} \omega_1^2 = 0$. Так как $T = T_0 + A_{\Sigma}$, то $T_1 = T = T_0 + A_{\Sigma}$. Следовательно, $\Delta T_{\text{Inб}} = \Delta A_{\Sigma \text{ нб}} = 2000 \text{ Дж}$, как видно из данного в условии графика. Подставляя найденные значения в исходную формулу, получаем

$$\omega_{1\text{cp}} = \sqrt{\frac{2000}{500}} \cdot 100 = 20 \text{ рад/с.}$$

Задача 39

Выразим угловое ускорение кривошипа 1 из уравнения движения механизма в дифференциальной форме [1, п. 4.4]:

$$\varepsilon_1 = \frac{M_{\Sigma}^{\text{np}}}{J_{\Sigma}^{\text{np}}} - \frac{\omega_1^2}{2J_{\Sigma}^{\text{np}}} \frac{dJ_{\Sigma}^{\text{np}}}{d\phi_1}.$$

Поскольку $J_{\Sigma}^{\text{np}} = \text{const}$, то $\varepsilon_1 = \frac{M_{\Sigma}^{\text{np}}}{J_{\Sigma}^{\text{np}}}$.

Суммарный приведенный момент равен $M_{\Sigma}^{\text{np}} = M_1 + M_{M_3}^{\text{np}}$, где $M_{M_3}^{\text{np}} = M_3 \frac{\omega_3}{\omega_1}$. Из плана возможных скоростей, соответствующего векторному уравнению

$$\overline{V}_C = \overline{V}_B + \overline{V}_{CB},$$

$$\perp CD \perp AB \perp BC$$

следует, что $V_{CB} = 0$. Значит, $V_C = V_B$, но $V_C = \omega_3 l_3$, а $V_B = \omega_1 l_1$, отку-

$$\text{да } \frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{l_1}{l_3} = \frac{1}{2}.$$

Приведенный момент от момента M_3 равен

$$M_{M_3}^{\text{np}} = -200 \cdot \frac{1}{2} = -100 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Суммарный приведенный момент равен $M_{\Sigma}^{\text{пр}} = 200 - 100 = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Угловое ускорение кривошипа $\varepsilon_1 = 100/5 = 20 \text{ рад/с}^2$.

Задача 42

Угловая скорость звена приведения $\omega_1 = d\varphi_1 / dt$, откуда

$$t = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_1}{\omega_1} = \int_0^{\pi} \frac{d\varphi_1}{\omega_1} + \int_{\pi}^{2\pi} \frac{d\varphi_1}{\omega_1} = t' + t''.$$

На первом участке $0 \leq \varphi_1 < \pi$ среднее значение угловой скорости, линейно изменяющейся по заданному графику, $\omega'_{\text{ср}} = 5 \text{ рад/с}$, на втором участке $\pi \leq \varphi_1 < 2\pi$ $\omega''_{\text{ср}} = 7,5 \text{ рад/с}$. Следовательно, можно приблизительно определить время одного оборота кривошипа как $t = t' + t'' = \frac{\Delta\varphi'_1}{\omega'_{\text{ср}}} + \frac{\Delta\varphi''_1}{\omega''_{\text{ср}}} = \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{7,5} = 1 \text{ с}$.

Задача 45

КПД при установившемся режиме работы машинного агрегата равен отношению мощностей сил полезного сопротивления и движущих сил [1, п. 6.5]:

$$\eta = \frac{P_{\text{пс}}}{P_{\text{д}}} = \frac{M_{\text{с}}\omega_{\text{с}}}{M_{\text{д}}\omega_{\text{д}}}, \text{ откуда } \omega_{\text{с}} = \frac{\eta M_{\text{д}}}{M_{\text{с}}} \omega_{\text{д}}.$$

КПД машинного агрегата, состоящего из последовательно соединенных механизмов, равен произведению КПД входящих в него механизмов: $\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 = 0,54$. Подставляя это значение в исходную формулу, находим $\omega_{\text{с}} = \frac{0,54 \cdot 150}{162} \cdot 100 = 50 \text{ рад/с}$.

Задача 47

При параллельном соединении механизмов в единый агрегат мощность последнего равна сумме мощностей входящих в него механизмов:

$$P = P_{1п.с} + P_{2п.с} + P_{3п.с}.$$

Выражая мощность сил полезного сопротивления через мощность движущих сил [1, п. 6.5], преобразуем выражение к виду

$$M_c \omega_c = \eta_1 M_{1д} \omega_1 + \eta_2 M_{2д} \omega_2 + \eta_3 M_{3д} \omega_3.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} M_c &= \frac{1}{\omega_c} (\eta_1 M_{1д} \omega_1 + \eta_2 M_{2д} \omega_2 + \eta_3 M_{3д} \omega_3) = \\ &= \frac{1}{74} (0,9 \cdot 100 \cdot 50 + 0,8 \cdot 100 \cdot 100 + 0,85 \cdot 100 \cdot 80) = 260,8 \text{ Н} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

К главе 2

Задача 50

Задача имеет множество решений, поскольку корректирующие массы можно установить в плоскостях коррекции на различных радиусах. Для динамического уравнивания кулачкового вала потребуются две корректирующие массы, установленные в двух плоскостях коррекции [1, п. 7.5].

Дисбалансы неуравновешенных масс — кулачков 1 и 2 — соответственно равны $\bar{D}_1 = m_1 \bar{e}_{s_1} = 300 \cdot 10 = 3000 \text{ г} \cdot \text{мм}$ и $\bar{D}_2 = m_2 \bar{e}_{s_2} = 600 \cdot 20 = 12000 \text{ г} \cdot \text{мм}$. Приведем векторы дисбалансов $\bar{D}_1$ и $\bar{D}_2$ к плоскостям коррекции A и B , заменив каждый вектор дисбаланса двумя параллельными ему векторами, расположенными в плоскостях коррекции (рис. 95, 96):

$$\begin{aligned} D_{1A} &= D_1 \frac{L - l_1}{L} = 3000 \cdot \frac{450 - 150}{450} = 2000 \text{ г} \cdot \text{мм}; \\ D_{1B} &= D_1 \frac{l_1}{L} = 3000 \cdot \frac{150}{450} = 1000 \text{ г} \cdot \text{мм}; \\ D_{2A} &= D_2 \frac{L - l_2}{L} = 12000 \cdot \frac{450 - 300}{450} = 4000 \text{ г} \cdot \text{мм}; \\ D_{2B} &= D_2 \frac{l_2}{L} = 12000 \cdot \frac{300}{450} = 8000 \text{ г} \cdot \text{мм}. \end{aligned}$$

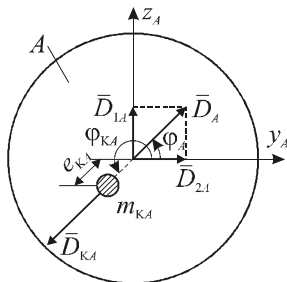


Рис. 95

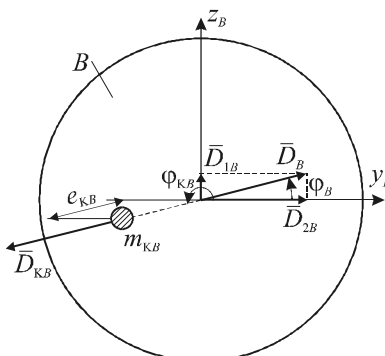


Рис. 96

Сложим дисбалансы, расположенные в плоскости A (см. рис. 95):

$$\bar{D}_A = \bar{D}_{1A} + \bar{D}_{2A}.$$

Модуль вектора дисбаланса равен

$$D_A = \sqrt{D_{1A}^2 + D_{2A}^2} = \sqrt{2000^2 + 4000^2} \cong 4472 \text{ г·мм.}$$

Угловая координата $\varphi_A = \arctg \frac{D_{1A}}{D_{2A}} = \arctg \frac{1}{2} \cong 26,5^\circ$.

Сложим теперь дисбалансы, расположенные в плоскости B (см. рис. 96):

$$\bar{D}_B = \bar{D}_{1B} + \bar{D}_{2B}.$$

Модуль вектора дисбаланса равен

$$D_B = \sqrt{D_{1B}^2 + D_{2B}^2} = \sqrt{1000^2 + 8000^2} \cong 8062 \text{ г·мм.}$$

Угловая координата $\varphi_B = \arctg \frac{D_{1B}}{D_{2B}} = \arctg \frac{1}{8} \cong 7^\circ$.

Векторы дисбалансов корректирующих масс m_{kA} и m_{kB} должны удовлетворять равенствам $\bar{D}_{kA} = -\bar{D}_A$ и $\bar{D}_{kB} = -\bar{D}_B$, что может быть реализовано, например, следующим образом.

Плоскость коррекции A :

$$m_{kA} = 203 \text{ г}; \quad e_{kA} = \frac{D_A}{m_{kA}} = \frac{4472}{203} \cong 22 \text{ мм}; \quad \varphi_{kA} = \varphi_A + 180^\circ \cong 206,5^\circ.$$

Плоскость коррекции B :

$$m_{kB} = 400 \text{ г}; \quad e_{kB} = \frac{D_B}{m_{kB}} = \frac{8062}{400} \cong 20 \text{ мм}; \quad \varphi_{kB} = \varphi_B + 180^\circ \cong 187^\circ.$$

Задача 53

Статическое уравнивание механизма выполним методом замещающих масс [2], согласно которому каждое звено механизма представляется в виде двух сосредоточенных масс, расположенных в кинематических парах этого звена. Значения замещающих масс должны быть такими, чтобы центр масс звена не изменил своего положения.

Распределим массу шатуна 2 по кинематическим парам B и C (рис. 97).

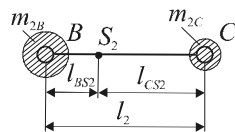


Рис. 97

$$m_{2B} = m_2 \frac{l_{CS_2}}{l_2} = 3 \cdot \frac{200}{300} = 2 \text{ кг};$$

$$m_{2C} = m_2 \frac{l_{BS_2}}{l_2} = 3 \cdot \frac{100}{300} = 1 \text{ кг}.$$

Таким образом, механизм (рис. 98) представлен четырьмя сосредоточенными массами:

$$m_A = m_1; \quad m_B = m_{2B}; \quad m_C = m_{2C}; \quad m_D = m_3,$$

из которых массы m_B и m_C необходимо уравновесить, установив на звеньях 1 и 3 корректирующие массы m_{k1} и m_{k3} соответственно. При этом дисбалансы корректирующих масс должны удовлетворять равенствам $\bar{D}_{k1} = -\bar{D}_B$ и $\bar{D}_{k3} = -\bar{D}_C$, где $D_B = m_{2B} l_{AB} = D_B = m_{2B} l_{AB} = 2 \cdot 100 = 200 \text{ кг} \cdot \text{мм}$; $D_C = m_{2C} l_{CD} = 1 \cdot 100 = 100 \text{ кг} \cdot \text{мм}$.

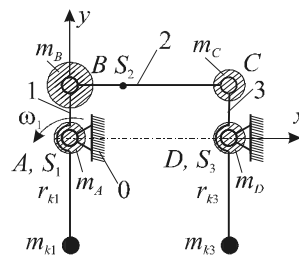


Рис. 98

Дисбалансы корректирующих масс равны

$$D_{k1} = m_{k1}r_{k1}; \quad D_{k3} = m_{k3}r_{k3},$$

откуда $m_{k1} = \frac{D_{k1}}{r_{k1}} = \frac{200}{200} = 1 \text{ кг};$

$$m_{k3} = \frac{D_{k3}}{r_{k3}} = \frac{100}{200} = 0,5 \text{ кг}.$$

К главе 3

Задача 57

Радиус начальной окружности второго звена найдем по формуле [1, п. 9.2]

$$r_{w2} = a_w - r_{w1}.$$

Из $\triangle O_1N_1P$ находим $r_{w1} = O_1P = \frac{N_1P}{\sin \alpha_w} = \frac{100}{\sin 30^\circ} = 200 \text{ мм}$. Подставляя это значение в исходную формулу, получаем $r_{w2} = 600 - 200 = 400 \text{ мм}$.

Угловые скорости звеньев связаны зависимостью [1, п. 9.2]

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}, \text{ откуда } \omega_2 = \omega_1 \frac{O_1P}{O_2P} = 10 \cdot \frac{200}{400} = 5 \text{ рад/с}.$$

Задача 58

Скорости точек контакта звеньев равны

$$\bar{V}_{K1} = \bar{V}_{K1}^n + \bar{V}_{K1}^t; \quad \bar{V}_{K2} = \bar{V}_{K2}^n + \bar{V}_{K2}^t,$$

где $\bar{V}_{Ki}^n$ — проекция скорости i -й точки на общую нормаль, проведенную через точку контакта, $i = 1, 2$; $\bar{V}_{Ki}^t$ — проекция скорости i -й точки на общую касательную к контактирующим профилям, $i = 1, 2$.

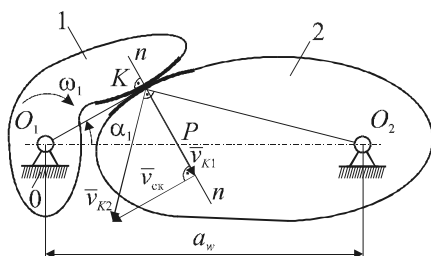


Рис. 99

Равенство $\bar{V}_{K1}^n = \bar{V}_{K2}^n$ есть условие существования высшей кинематической пары [1, п. 9.2]. Скорость скольжения равна $\bar{V}_{ск} = \bar{V}_{K2}^{\tau} - \bar{V}_{K1}^{\tau}$.

Из рис. 99 ясно, что в заданном положении $V_{K1}^{\tau} = 0$,

следовательно, $\bar{V}_{ск} = \bar{V}_{K2}^{\tau}$.

Скорость скольжения в точке контакта найдем по формуле [1, п. 9.3]

$$V_{ск} = (KP)(\omega_1 + \omega_2). \quad (1)$$

Из $\triangle O_1KP$ найдем $KP = (O_1P) \sin 30^\circ$. Поскольку $O_1P + O_2P = a_w$,

$$O_1P = \frac{a_w}{1 + \frac{O_2P}{O_1P}} = \frac{120}{1 + \frac{7}{5}} = 50 \text{ мм. Значит, } KP = 50 \cdot \frac{1}{2} = 25 \text{ мм.}$$

Угловые скорости звеньев связаны зависимостью

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}, \text{ откуда } \omega_2 = \omega_1 \frac{O_1P}{O_2P} = 70 \cdot \frac{5}{7} = 50 \text{ рад/с.}$$

Подставим найденные значения в формулу (1):

$$v_{ск} = 25(70 + 50) = 3000 \text{ мм/с} = 3 \text{ м/с.}$$

Задача 61

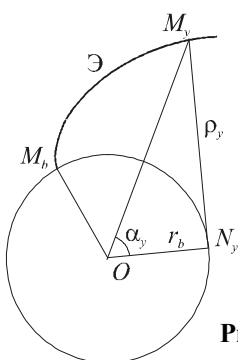


Рис. 100

По определению эвольвенты [1, п. 11.2] длина отрезка M_yN_y равна длине дуги M_bN_y (рис. 100). Поэтому радиус кривизны эвольвенты в точке M_y равен $\rho_y = r_b (\angle M_bON_y) = 100 \cdot 2 = 200 \text{ мм.}$

Из $\triangle ON_yM_y$ угол профиля эвольвенты в точке M_y равен

$$\alpha_y = \arctg \frac{\rho_y}{r_b} = \arctg 2 = 63^\circ 26'.$$

Задача 63

Межосевое расстояние связано с числами зубьев зависимостью [1, п. 11.9]

$$a_{w13} = \frac{mz_1}{2} + 2\frac{mz_2}{2} + \frac{mz_3}{2}.$$

Отсюда $z_2 = \frac{a_{w13}}{m} - \frac{z_1}{2} - \frac{z_3}{2} = \frac{98}{2} - \frac{18}{2} - \frac{36}{2} = 22.$

Передаточное отношение механизма равно

$$u_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_1} = \frac{36}{18} = 2.$$

КПД механизма при установившемся движении [1, п. 6.5]

$$\eta = \frac{M_3\omega_3}{M_1\omega_1}, \text{ откуда } M_3 = \eta M_1 \frac{\omega_1}{\omega_3} = 0,8 \cdot 100 \cdot 2 = 160 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Задача 67

Передаточное отношение механизма равно $u_{15} = u_{1H}u_{45}$. Отсюда передаточное отношение планетарного редуктора $u_{1H} = \frac{u_{15}}{u_{45}}$.

Поскольку $u_{45} = \frac{z_5}{z_4} = \frac{40}{20} = 2$, то $u_{1H} = \frac{12}{2} = 6$. В то же время, передаточное отношение планетарного редуктора [1, п. 10.4] равно $u_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$, поэтому $\frac{z_3}{z_1} = 5$, откуда находим $z_1 = \frac{z_3}{5} = \frac{90}{5} = 18$.

Из условия соосности $r_1 + 2r_2 = r_3$ следует, что числа зубьев планетарного редуктора связаны зависимостью $z_1 + 2z_2 = z_3$. Следовательно, $z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2} = \frac{90 - 18}{2} = 36$.

Условие отсутствия подрезания $z_i \geq 17$ выполнено для всех колес. Условия отсутствия заклинивания $z_2 \geq 20$, $z_3 \geq 85$ выполнены. Проверим выполнение условия соседства:

$$\sin \frac{180^\circ}{k} \geq \frac{z_2 + 2h_a^*}{z_1 + z_2}; \quad \sin 60^\circ \geq \frac{36 + 2 \cdot 1}{18 + 36}; \quad 0,866 > 0,703.$$

Условие выполнено. Осталось проверить условие сборки: является ли целым числом $\frac{u_{1H} z_1}{k} (1 + k\Pi)$. Поскольку $\frac{6 \cdot 18}{3} = 36$ — целое число, условие выполнено.

Задача 70

Воспользуемся методом обращения движения [1, п. 10.4] и запишем соотношения между угловыми скоростями и радиусами начальных окружностей колес:

$$\frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_2^{(H)}} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{r_2}{r_1}; \quad (1)$$

$$\frac{\omega_3^{(H)}}{\omega_4^{(H)}} = \frac{\omega_3 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = -\frac{r_4}{r_3}, \quad (2)$$

где $\omega_i^{(H)}$ — угловая скорость i -го колеса при остановленном водиле; $r_i = r_{wi} = \frac{mz_i}{2}$ — радиус начальной окружности i -го колеса, совпадающий с радиусом делительной окружности, поскольку колеса нарезаны без смещения.

Перемножив выражения (1) и (2), с учетом того, что $\omega_4 = 0$ и $\omega_2 = \omega_3$, получим $\frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H} = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}$, откуда

$$u_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}. \quad (3)$$

Число зубьев третьего колеса z_3 определим из условия соосности $r_1 + r_2 = r_3 + r_4$, или $z_1 + z_2 = z_3 + z_4$, откуда

$$z_3 = z_1 + z_2 - z_4 = 30 + 20 - 32 = 18.$$

Подставляя найденное значение в (3), получаем

$$u_{1H} = 1 - \frac{20 \cdot 32}{30 \cdot 18} = -0,185.$$

Искомое передаточное отношение редуктора $u_{H1} = \frac{1}{u_{1H}} = -5,4$.

Для определения передаточного отношения редуктора графическим методом построим треугольники линейных скоростей [1, п. 10.4] и найдем с их помощью отношение u_{H1} (рис. 101). Механизм построен в масштабе $\mu_l = \frac{OA}{r_1} \left(\frac{\text{мм}}{\text{мм}} \right)$.

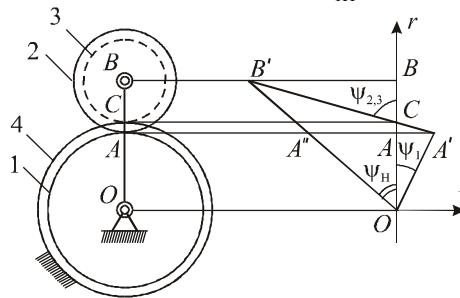


Рис. 101

Передаточное отношение редуктора равно

$$u_{H1} = \frac{\omega_H}{\omega_1} = \frac{v_B}{l_H} \frac{r_1}{V_A} = \frac{BB'}{OB} \frac{OA}{AA'} = \frac{\text{tg} \psi_H}{\text{tg} \psi_1} = \frac{AA''}{AA'} = -5,4.$$

Задача 73

Главный вектор сил инерции звена 2 найдем по формуле [1, п. 6.1]:

$$\bar{\Phi}_{S2} = -m_2 \bar{a}_{S2}. \quad (1)$$

Поскольку угловые скорости колес механизма постоянны, ускорение центра масс колеса 2 равно $a_{S2} = \omega_H^2 l_H$, где ω_H — угловая скорость водила H ; l_H — его длина.

Угловую скорость водила найдем из формулы для передаточного отношения механизма [1, п. 10.4]: $u_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$. Здесь

$$z_3 = z_1 + 2z_2 = 30 + 2 \cdot 30 = 90. \quad \text{Следовательно,} \quad u_{1H} = 1 + \frac{90}{30} = 4;$$

$$\omega_H = \frac{\omega_1}{u_{1H}} = \frac{100}{4} = 25 \text{ рад/с.}$$

Длина водила $l_H = \frac{mz_1}{2} + \frac{mz_2}{2} = \frac{2}{2}(30 + 30) = 60$ мм. Подставляя найденные значения в (1), получаем ответ:

$$\Phi_{S2} = 0,4 \cdot 25^2 \cdot 0,06 = 15 \text{ Н.}$$

Задача 74

Воспользуемся методом обращенного движения [1, п. 10.4] и приложим ко всему механизму угловую скорость $(-\omega_H)$. Запишем соотношение между угловыми скоростями и числами зубьев колес в обращенном движении:

$$\frac{\omega_1^{(H)}}{\omega_2^{(H)}} = \frac{-\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H} = -\frac{z_2}{z_1}.$$

Отсюда

$$\omega_H = \frac{\omega_2 z_2 - \omega_1 z_1}{z_1 + z_2} = \frac{100 \cdot 20 - 50 \cdot 70}{80 + 20} = -20 \text{ рад/с.}$$

Задача 75

Согласно условию существования высшей кинематической пары $\vec{V}_{B1}^n = \vec{V}_{B2}^n$ [1, п. 9.2], где точки B_1 и B_2 , принадлежащие звеньям 1 и 2 соответственно, образуют точку контакта B .

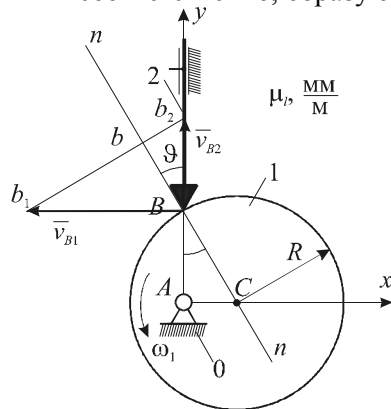


Рис. 102

Из построения (рис. 102) ясно, что треугольники Bb_1b_2 и ABC подобны, откуда $\frac{l_{AC}}{Bb_2} = \frac{l_{AB}}{Bb_1}$, или

$$l_{AC} = \frac{Bb_2}{Bb_1} l_{AB}, \quad \text{но} \quad \omega_1 = \frac{Bb_1}{l_{AB}},$$

$$V_{B2} = Bb_2 \omega_1, \quad \text{поэтому} \quad l_{AC} = \frac{V_{B2}}{\omega_1}.$$

Скорость толкателя равна $V_{B2} = \omega_1 l_{AC} = 10 \cdot 0,025 = 0,25$ м/с.

Угол давления ϑ [1, п. 14.3] найдем из $\triangle ABC$ (рис. 102):
 $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{l_{AC}}{l_{AB}}$, где $l_{AB} = \sqrt{R^2 - l_{AC}^2} = \sqrt{0,05^2 - 0,025^2} = 0,0433$ м. Ис-
 комый угол давления ϑ равен $\vartheta = \operatorname{arctg} \frac{l_{AC}}{l_{AB}} = \operatorname{arctg} \frac{0,025}{0,0433} = 30^\circ$.

Задача 79

Ход толкателя определим, пользуясь данным в условии графиком $V_q(\varphi)$:

$$h = \int_0^\pi V_q(\varphi) d\varphi = \int_0^\pi \frac{V_{q \max}}{2} (1 - \cos 2\varphi) d\varphi = \frac{V_{q \max}}{2} \left(\varphi - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) \Big|_0^\pi = \frac{V_{q \max}}{2} \pi.$$

Отсюда

$$V_{q \max} = \frac{2h_B}{\pi} = \frac{2\pi}{\pi \cdot 20} = 0,1 \text{ м.}$$

Следовательно, $V_{\max} = V_{q \max} \omega = 0,1 \cdot 10 = 1 \text{ м/с.}$

Задача 81

Перемещение толкателя определяется зависимостью

$$S = \int_0^\varphi V_q d\varphi.$$

Для определения максимального значения перемещения вычислим площадь под графиком $V_q(\varphi)$ на участке $\pi \leq \varphi \leq \frac{5}{4}\pi$:

$$S_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0,05 = 0,02 \text{ м.}$$

Задача 83

Угловая скорость толкателя определяется зависимостью

$$\omega_2 = \int_0^t \varepsilon_2 dt.$$

Угловая скорость кулачка постоянна и равна $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$, откуда

$$dt = \frac{d\varphi_1}{\omega_1}. \text{ Тогда } \omega_2 = \int_0^{\frac{4\pi}{3}} \varepsilon_2 \frac{d\varphi_1}{\omega_1} = \frac{1}{\omega_1} \int_0^{\frac{4\pi}{3}} \varepsilon_2 d\varphi_1.$$

Максимального значения угловая скорость толкателя достигнет при угле поворота кулачка $\varphi_1 = \pi$. Величину $\int_0^{\pi} \varepsilon_2 d\varphi_1$ определим графически. Таким образом, окончательно получим

$$\omega_2 = \frac{6}{\pi} \left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{\pi}{3} + 1 \cdot \frac{2\pi}{3} \right) = 5 \text{ рад/с.}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Теория механизмов и механика машин: Учеб. для вузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; Под ред. К.В. Фролова. 4-е изд., испр. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 664 с.
2. *Тимофеев Г.А.* Теория механизмов и машин: Курс лекций. М.: Высш. образование, 2009. 352 с. (Основы наук).

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1. Механизмы с низшими кинематическими парами.....	3
1.1. Структура механизмов. Устранение избыточных связей.....	3
1.2. Проектирование кинематических схем плоских рычажных механизмов.....	5
1.3. Кинематика плоских рычажных механизмов.....	6
1.4. Динамика плоских рычажных механизмов.....	8
1.5. Коэффициент полезного действия машинного агрегата.....	18
Глава 2. Уравновешивание механизмов.....	21
2.1. Уравновешивание роторов.....	21
2.2. Уравновешивание плоских рычажных механизмов.....	23
Глава 3. Механизмы с высшими кинематическими парами.....	25
3.1. Основная теорема плоского зацепления.....	25
3.2. Эвольвента окружности и ее свойства.....	27
3.3. Рядовые эвольвентные зубчатые передачи.....	28
3.4. Планетарные зубчатые механизмы.....	30
3.5. Параметры плоских кулачковых механизмов.....	33
3.6. Проектирование плоских кулачковых механизмов.....	35
Ответы.....	38
К главе 1.....	38
К главе 2.....	39
К главе 3.....	39
Решения задач.....	41
К главе 1.....	41
К главе 2.....	52
К главе 3.....	55
Литература.....	63